Simmetria assiale e altre funzioni inverse

Daniela Valenti, 2023

Due temi di questa presentazione

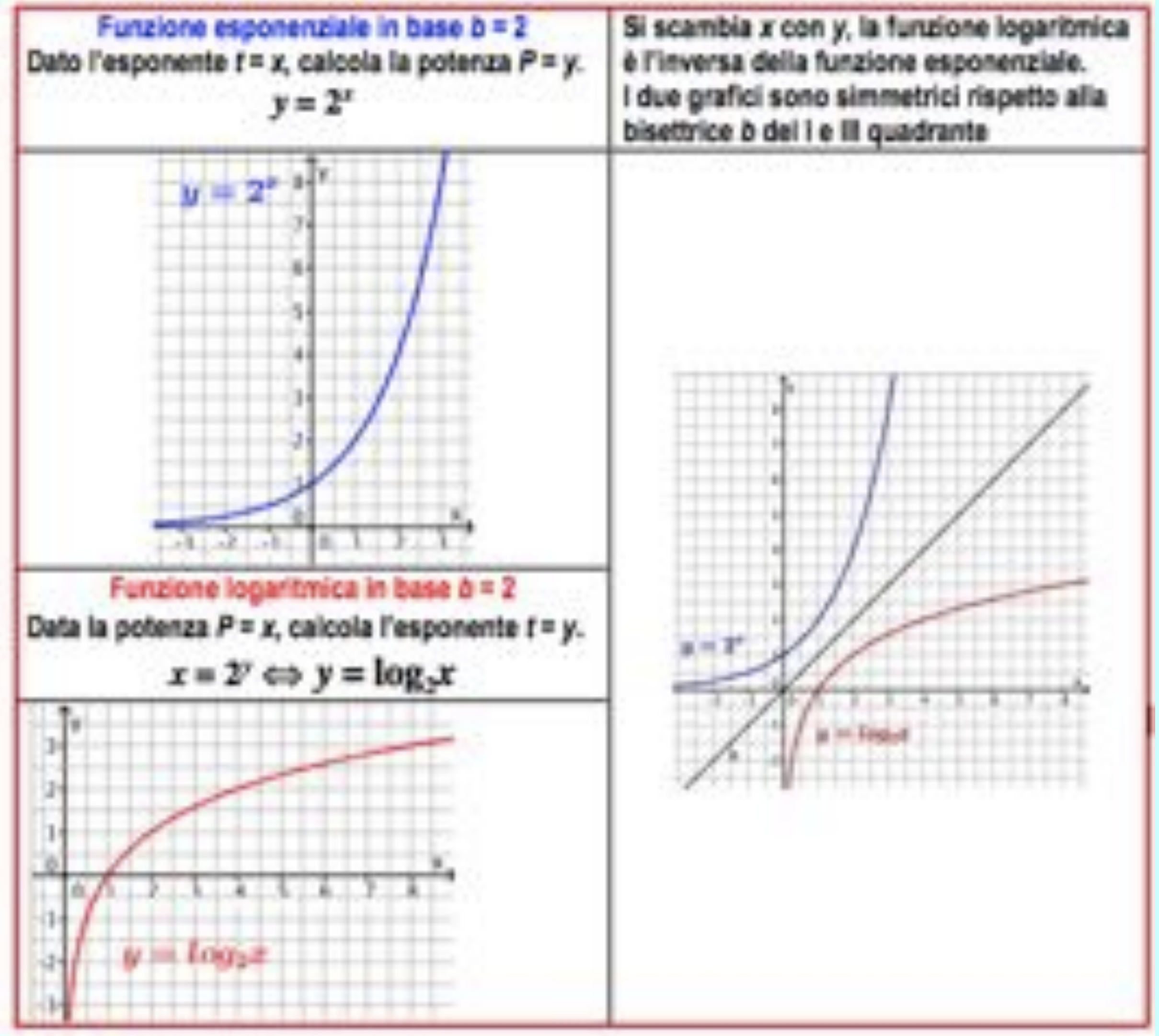
A. Riflettere sulle funzioni inverse di:
- funzioni esponenziali;
- funzioni circolari.

B. Esaminare il procedimento per ottenere l'inversa di una data funzione.

Inverse di funzioni esponenziali

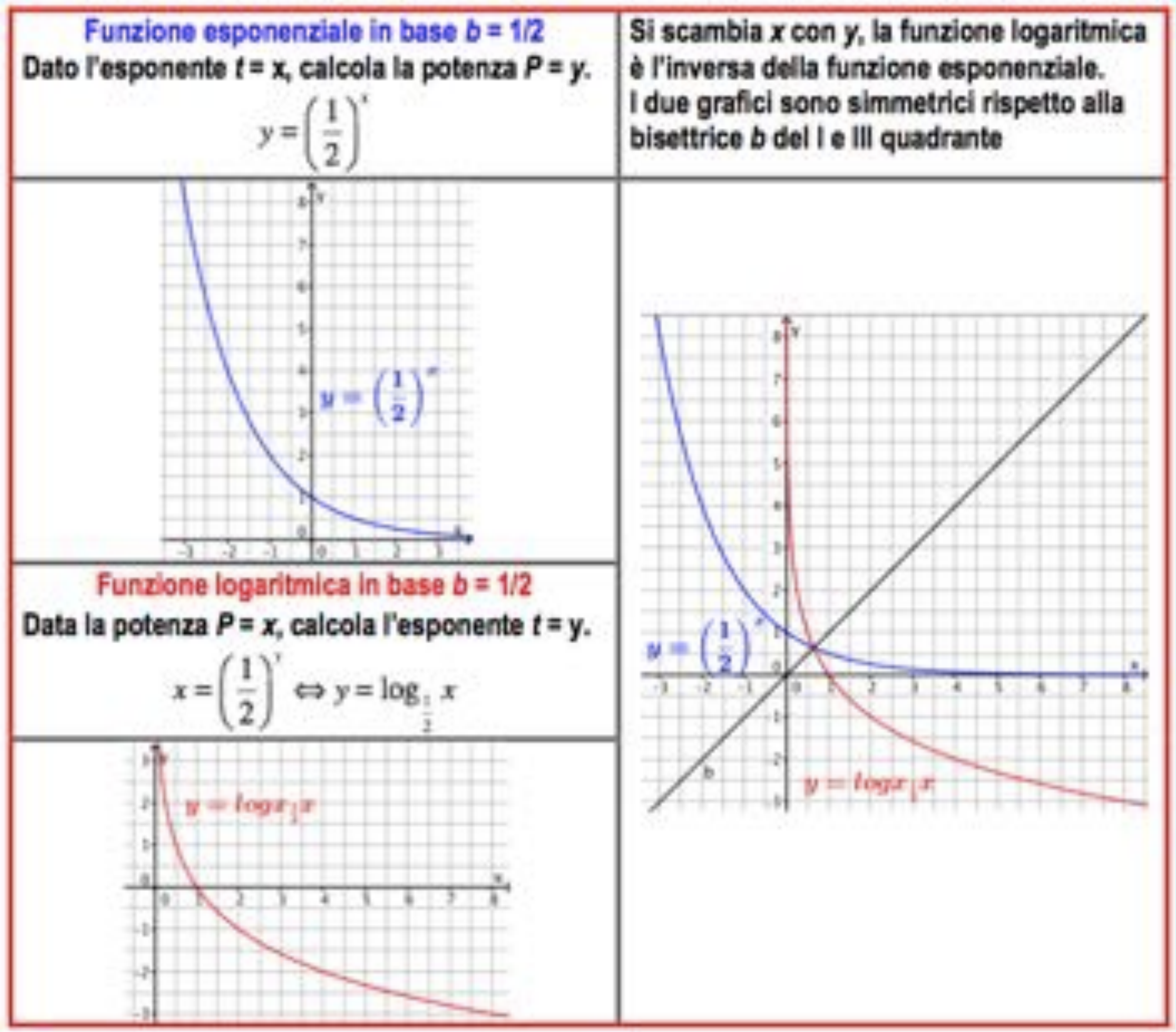
Invertire una legge esponenziale $P = b^t$

b > 1



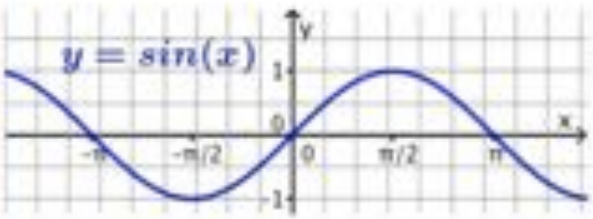
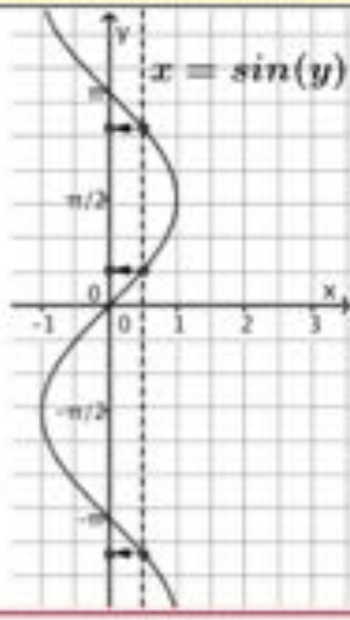
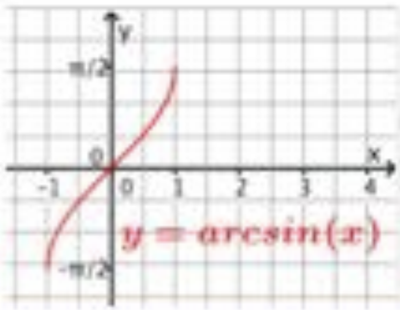
Invertire una legge esponenziale $P = b^t$

$0 < b < 1$



Inverse di funzioni circolari

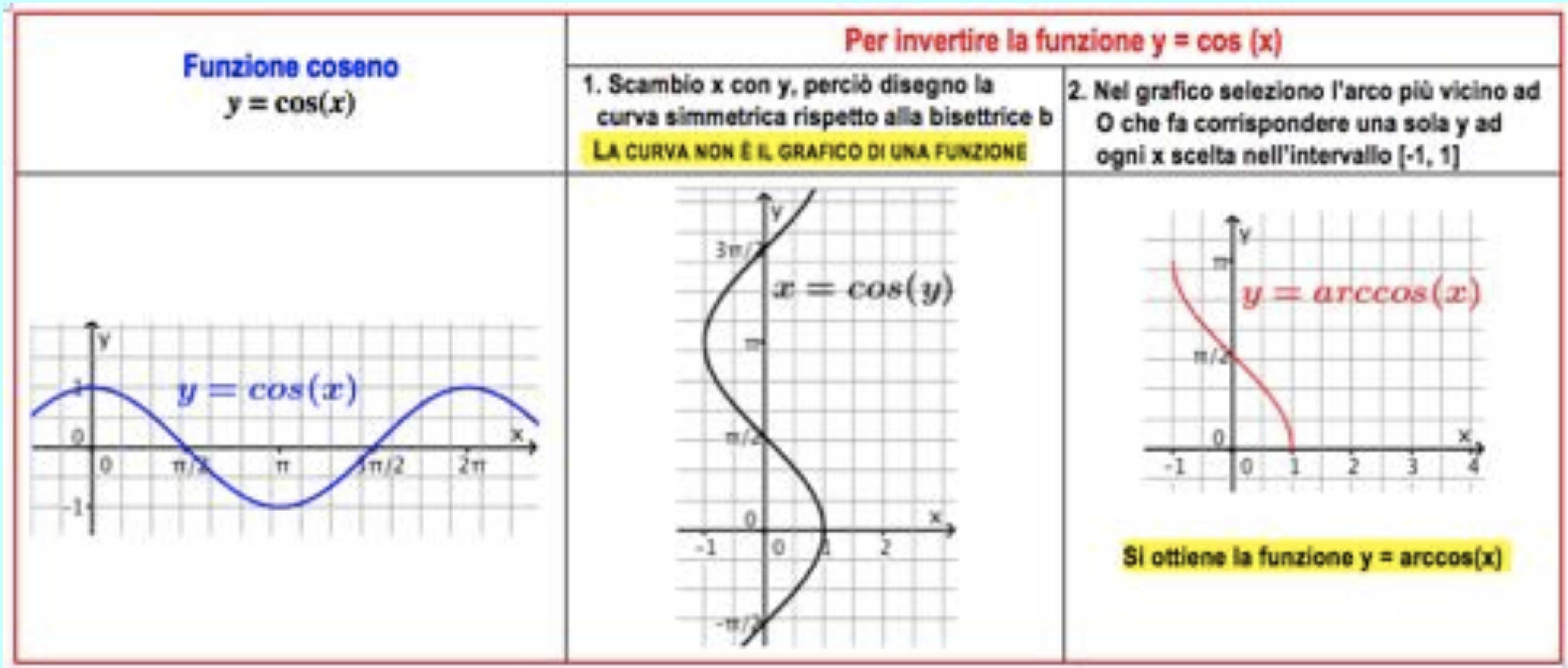
Invertire la funzione seno

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Funzione seno
$y = \sin(x)$</td>
<td colspan="2">Per invertire la funzione y = sin (x)</td>
</tr>
<tr>
<td>1. Scambio x con y, perciò disegno la curva simmetrica rispetto alla bisettrice b
LA CURVA NON È IL GRAFICO DI UNA FUNZIONE</td>
<td>2. Nel grafico seleziono l'arco più vicino ad O che fa corrispondere una sola y ad ogni x scelta nell'intervallo [-1, 1]</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>

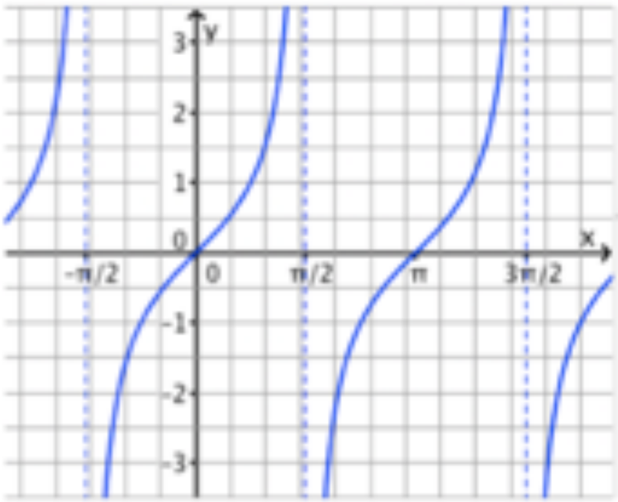
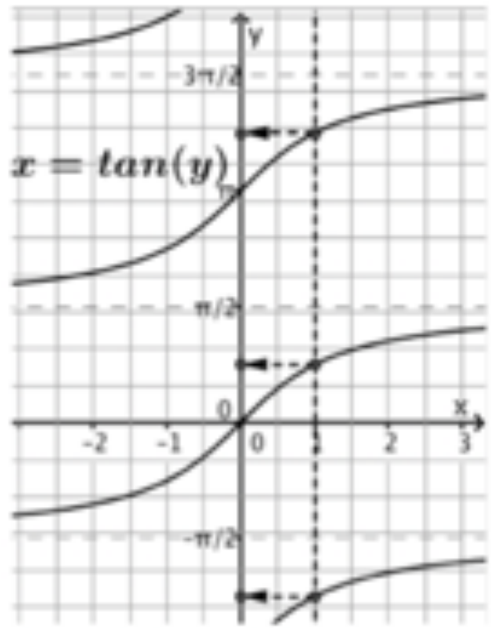
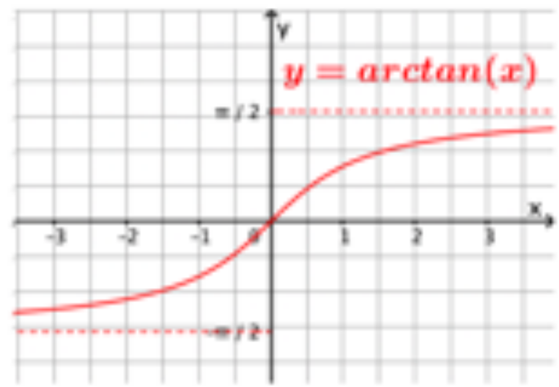
Si ottiene la funzione y = arcsin(x)</td>
</tr>
</table>

Daniela Valenti, 2023

Invertire la funzione coseno



Invertire la funzione tangente

Funzione tangente $y = \tan(x)$	**Per invertire la funzione y = tan (x)**	
	1. Scambio x con y, perciò disegno la curva simmetrica rispetto alla bisettrice b LA CURVA NON È IL GRAFICO DI UNA FUNZIONE	2. Nel grafico seleziono l'arco più vicino ad O che fa corrispondere una sola *y* ad ogni *x* scelta nell'insieme R dei numeri reali
		 Si ottiene la funzione y = arctan(x)

Ragionare sul procedimento per invertire una funzione

Per ragionare in modo efficace conviene prima di tutto richiamare alcuni punti essenziali sul ‘linguaggio delle funzioni’

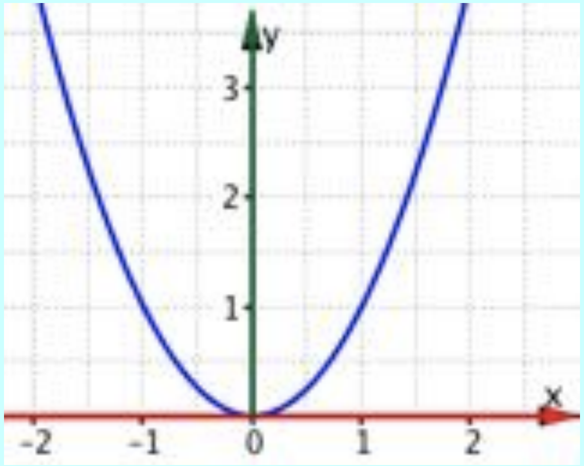
Geometria analitica e linguaggio delle funzioni

Grafico

Descrizione con la geometria analitica

Formula

$$y = x^2$$



Descrizione con la più recente nozione di funzione

Dominio: R

Codominio R^+

$$y = x^2$$

Si considerano sottintesi:

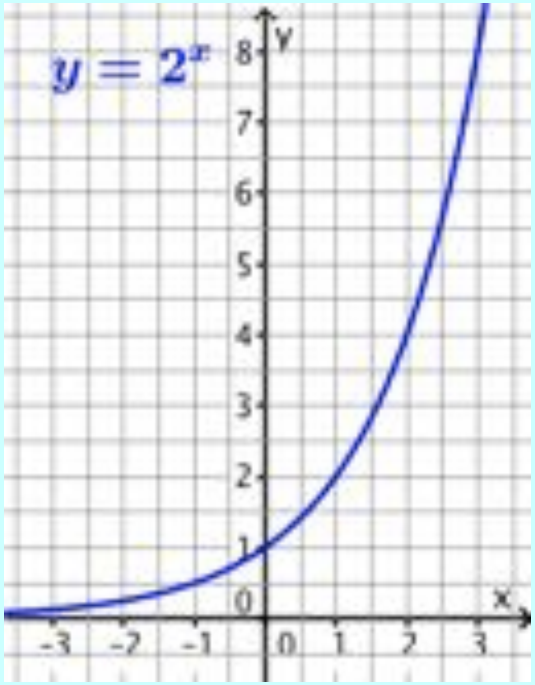
Dominio: ***l'insieme di tutti i numeri reali che, sostituiti ad x nella formula, producono un numero reale y.***

Codominio: ***l'insieme di tutti i numeri reali y che si possono ottenere con la formula, applicata ad almeno una x del dominio.***

Procedimento per invertire una funzione

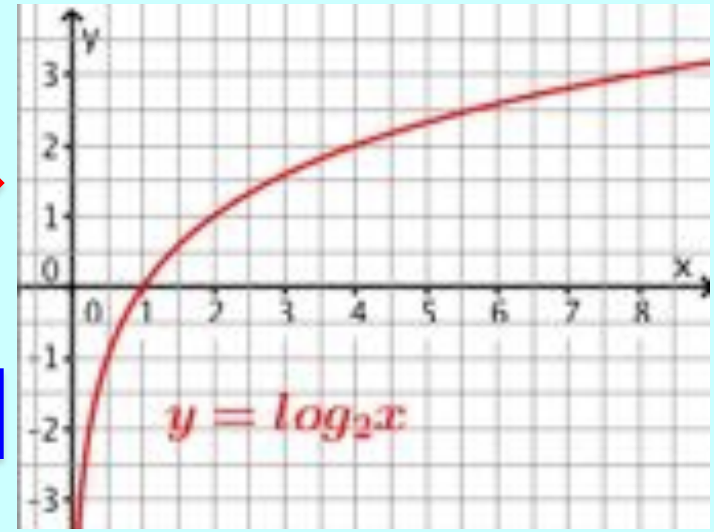
Riflettiamo sui procedimenti seguiti per delineare un procedimento generale

Esponenziale e logaritmo



Scambio *x* con *y*

Scambio *x* con *y*



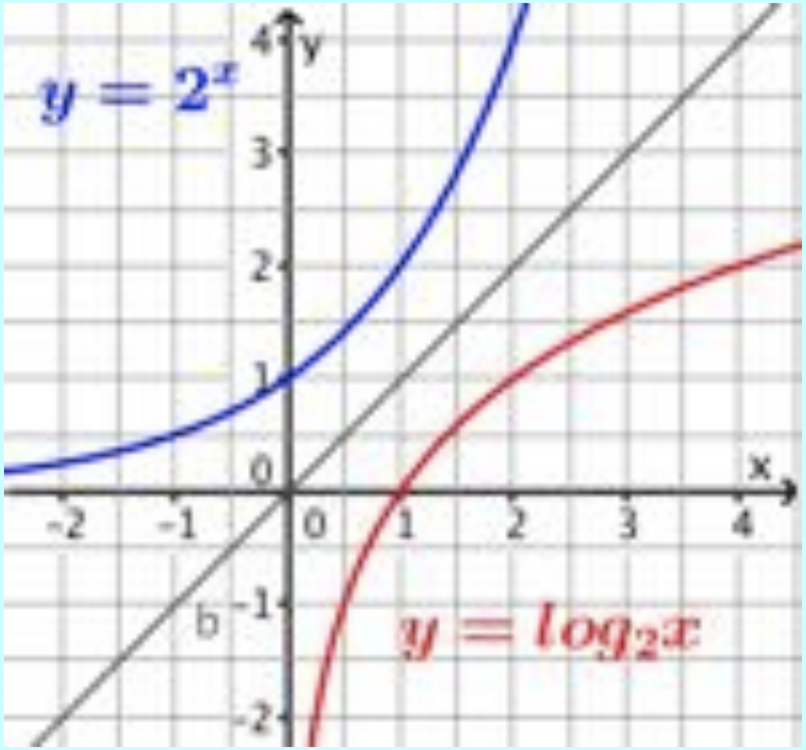
Dominio sottinteso: *R*
Codominio sottinteso: R$^+$

Dominio: *R*$^+$
Codominio: R

Sono una l'inversa dell'altra le funzioni definite dalle formule $y = 2^x$ e $y = \log_2 x$.

Funzione invertibile

$y = 2^x$ **è una funzione 'facile da invertire', o meglio *invertibile*: per avere il grafico della funzione inversa basta disegnare la curva simmetrica rispetto alla bisettrice *b* del I e III quadrante.**



C'è un criterio per riconoscere altre funzioni invertibili?

Daniela Valenti, 2023

Una proprietà della funzione esponenziale

Osservo il grafico di $y = 2^x$

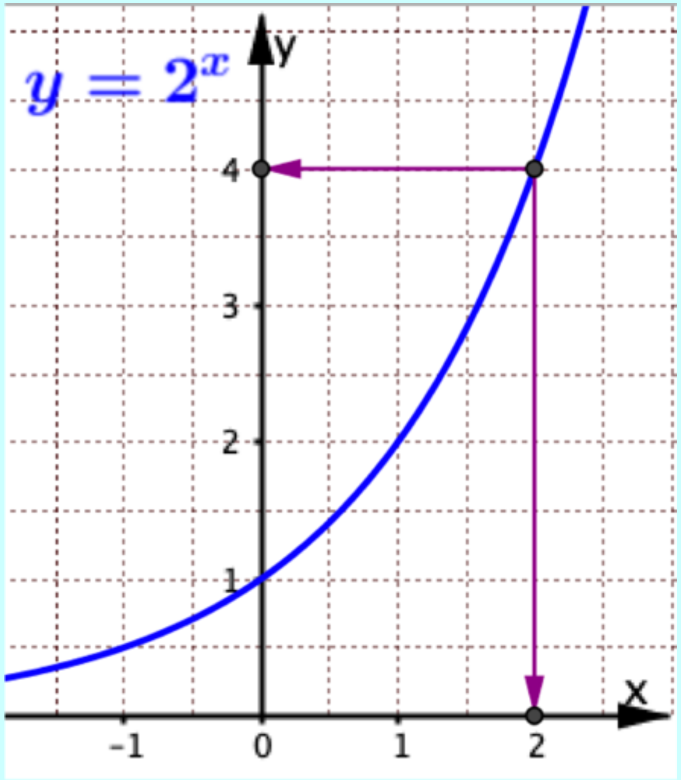
Come in tutte le funzioni, ad ogni x corrisponde una sola y. Ma per $y = 2^x$ questa proprietà vale anche se scambio x con y: ogni y proviene da una sola x.

La funzione è biunivoca.

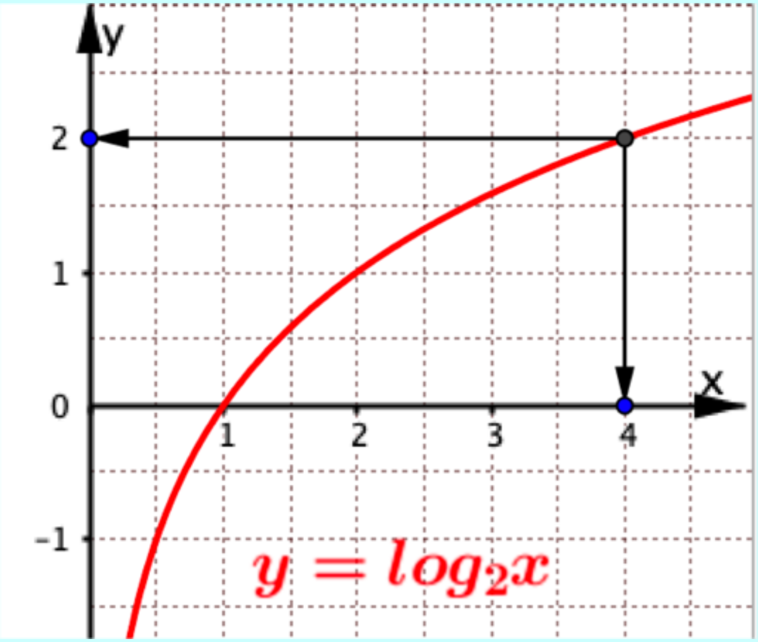
Daniela Valenti, 2023

Riconoscere una funzione invertibile

Funzione biunivoca



Con la simmetria rispetto alla bisettrice b di I e III quadrante trovo il grafico di una sola funzione.



Una funzione è invertibile solo se è biunivoca

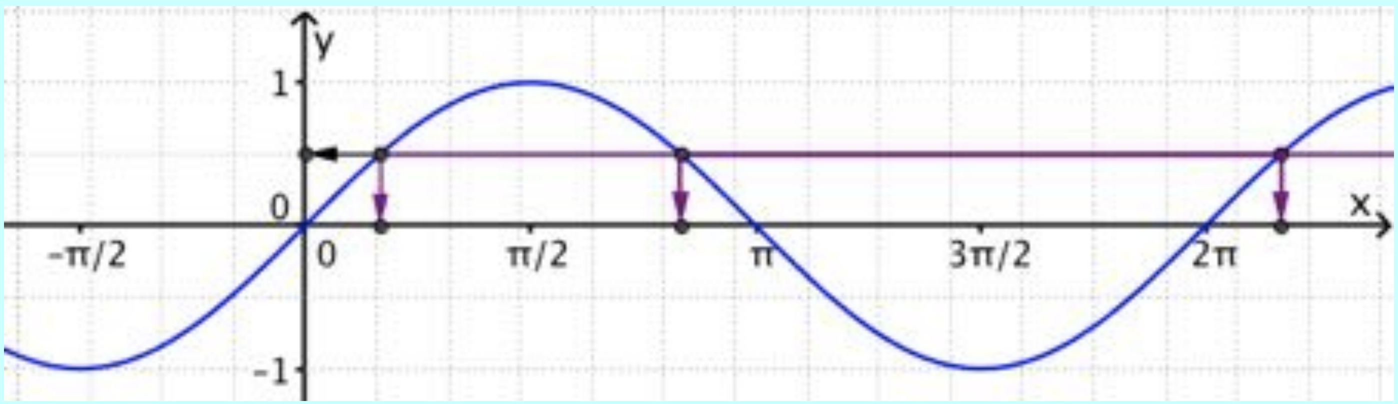
Attenzione alle funzioni
che non sono biunivoche

Ma ho trovato anche altre situazioni, che hanno bisogno di particolare attenzione.

La funzione y = sin x non è biunivoca

In questo caso la formula *y* = sin *x, con* dominio sottinteso l'insieme R, definisce una funzione che non è biunivoca.

Perciò la simmetrica rispetto a *b* non è il grafico di una funzione.

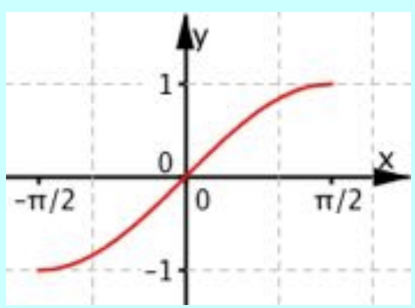


Per avere una funzione invertibile, sempre con la stessa formula, bisogna scegliere un dominio più ristretto.

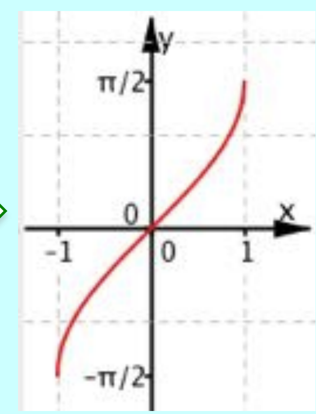
$y = \sin x$

Dominio: [-π/2; π/2]

Codominio: [-1; 1]



Funzioni una inversa dell'altra

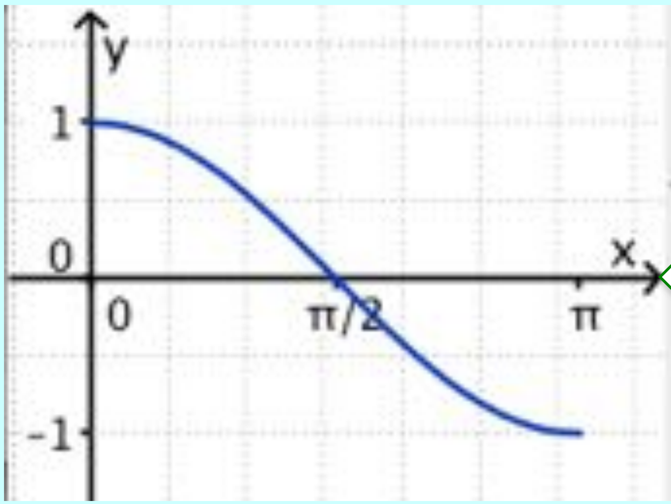


$y = \arcsin x$

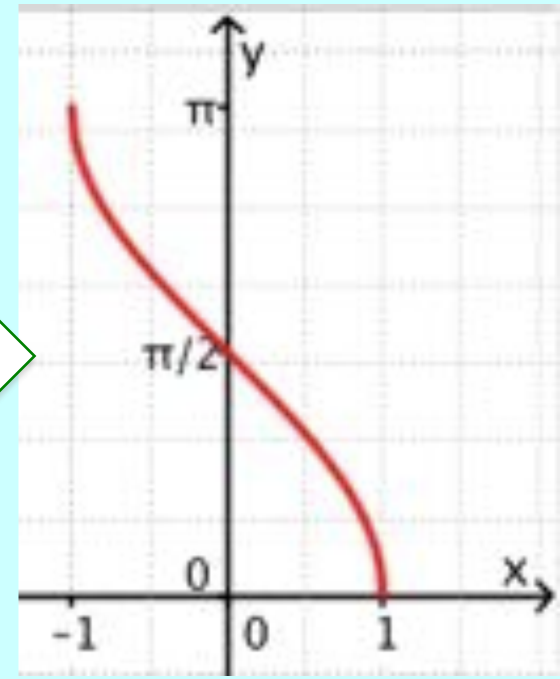
Daniela Valenti, 2023

Funzioni che non sono biunivoche

Lo stesso discorso vale per le altre funzioni circolari e, più in generale, per tutte le funzioni periodiche.



Funzioni una inversa dell'altra

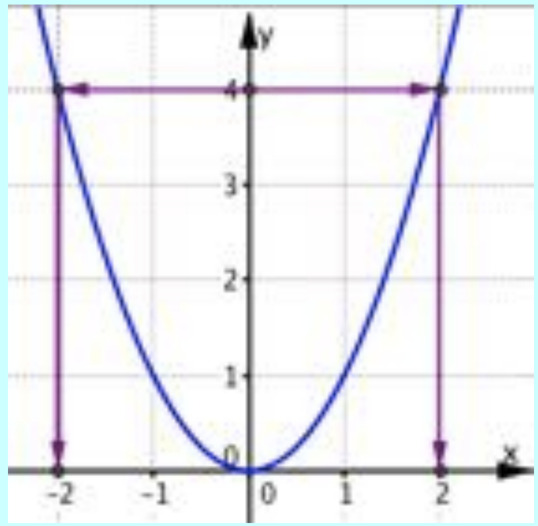


y cos*x*
Dominio: [0; π]
Codominio: [-1; 1]

$y = \arccos x$

Funzioni che non sono biunivoche

E un discorso analogo vale per la funzione y = x^2, che non è biunivoca, e, più in generale, per tutte le funzioni pari.



$y = x^2$

Sottintesi

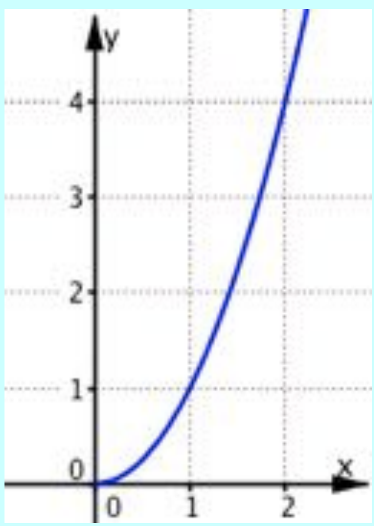
Dominio: R

Codominio:R^+

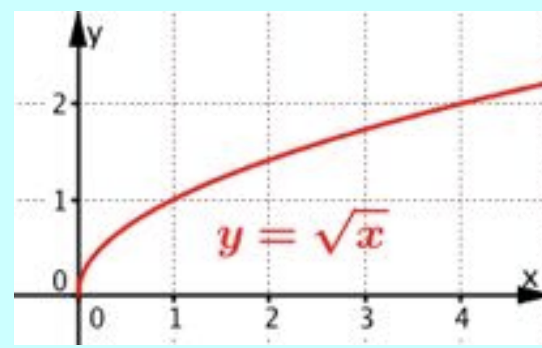
$y = x^2$

Dominio: R^+

Codominio: R^+



Funzioni una inversa dell'altra



Daniela Valenti, 2023