Simmetria assiale e funzioni inverse

Daniela Valenti, 2023

Un primo video per esplorare il tema

Simmetrie e funzioni inverse: i due temi sembrano lontani.

Ecco un breve video per scoprire profondi collegamenti fra i due temi.

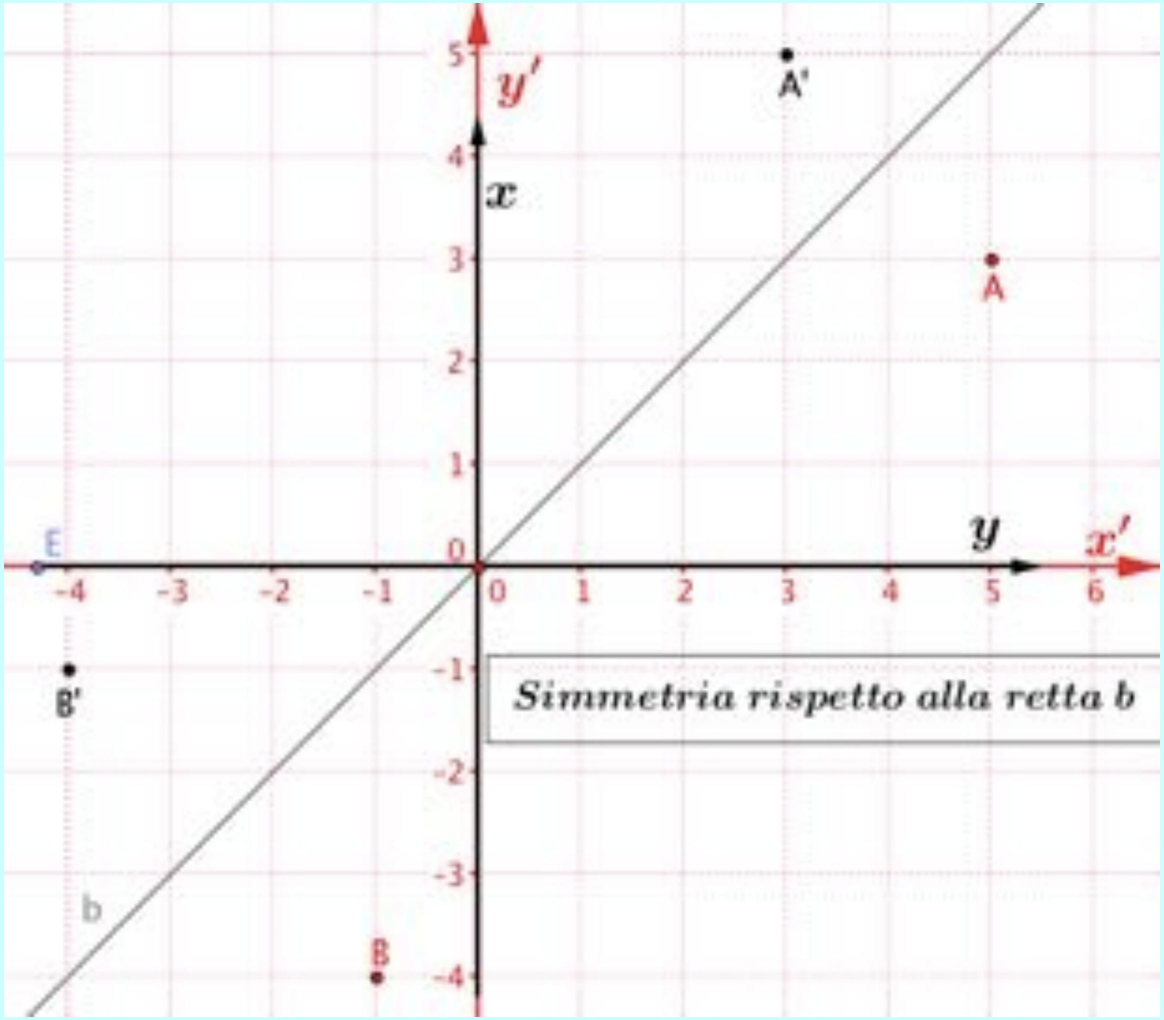
Video

Che cosa ha mostrato il video?

Per realizzare una simmetria assiale ribalto un piano trasparente

Per realizzare una simmetria assiale disegno una figura su un piano trasparente, dove è disegnato un piano cartesiano; poi ribalto il piano attorno ad una bacchetta metallica (asse di simmetria).
Nel video la bacchetta è sulla bisettrice *b* del I e III quadrante.
Osservo che la figura è cambiata, e, per descrivere che cosa è successo, fisso la situazione iniziale su un foglio di carta.

Osservo la simmetria assiale sul piano cartesiano per descriverla con equazioni



Daniela Valenti, 2023

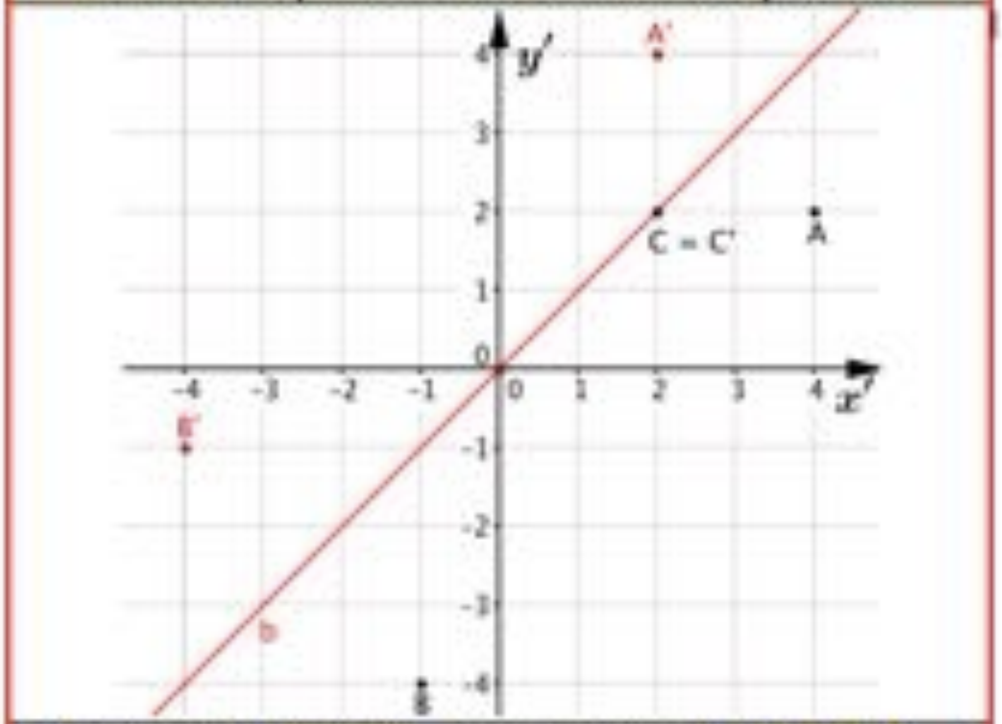
Simmetria e funzioni inverse. Attività

Completa la scheda per lavorare con questa simmetria assiale.

Riflessioni sull'attività svolta

Equazioni della simmetria assiale

Simmetria rispetto alla bisettrice *b* del I e III quadrante



A(4; 2) diventa A'(2; 4) B(-1; -4) diventa B'(-4; -1)

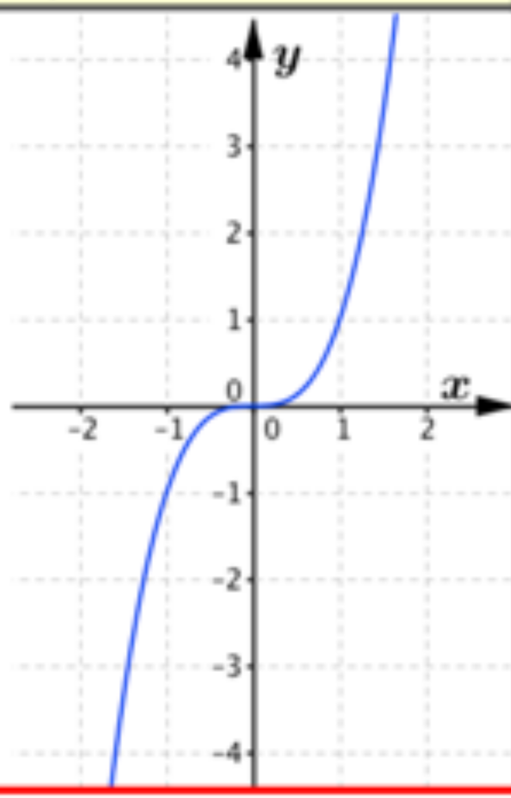
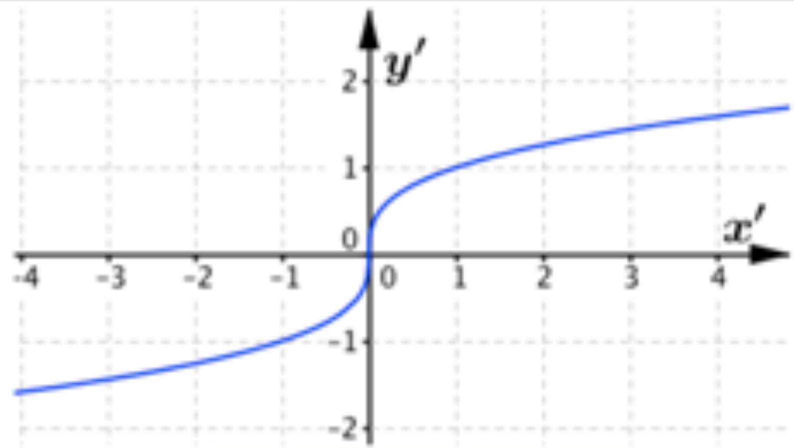
C(2; 2) resta fisso, perché si trova sull'asse di simmetria

P (*x*; *y*) diventa *P'*(*x'*; *y'*) e risulta:

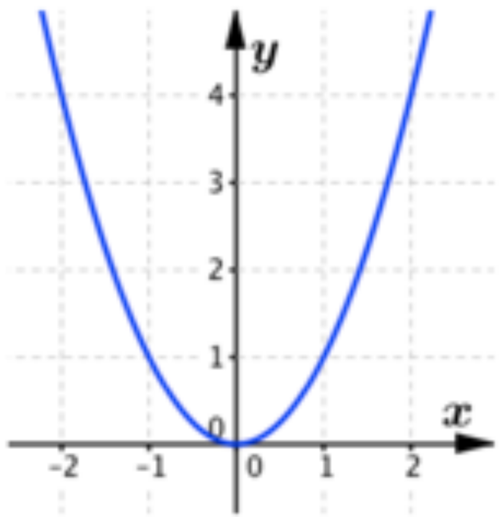
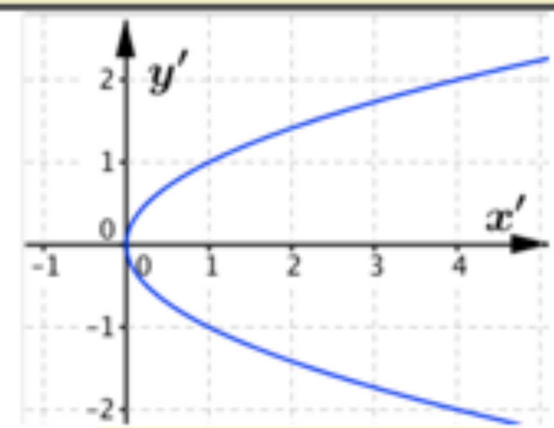
$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

La simmetria scambia l'ascissa con l'ordinata

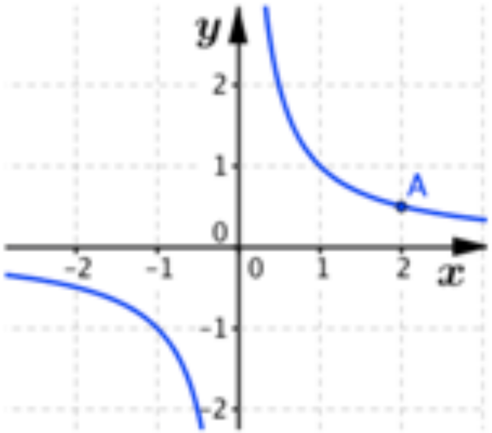
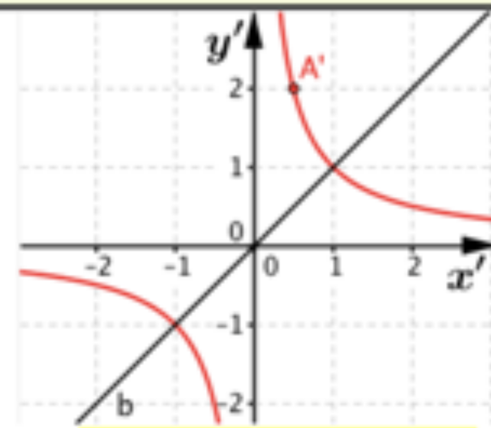
Trasformare curve con le equazioni di una simmetria

Curva d'equazione data	Simmetrica rispetto alla bisettrice *b*
$y = x^3$ 	 Si scambia l'ascissa con l'ordinata. L'equazione della curva è $x' = (y')^3$ La curva è il grafico di una sola funzione? Sì perché ad ogni *ascissa* corrisponde una sola *ordinata*.

Trasformare curve con le equazioni di una simmetria

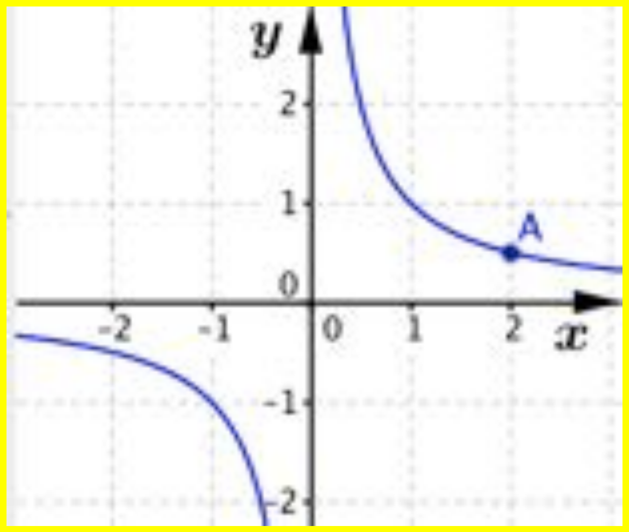
Curva d'equazione data	Simmetrica rispetto alla bisettrice *b*
$y = x^2$  	 Si scambia l'ascissa con l'ordinata. L'equazione della curva è $x' = (y')^2$ La curva è il grafico di una sola funzione? No, perché non è vero che ad ogni *ascissa* corrisponde una sola *ordinata*.

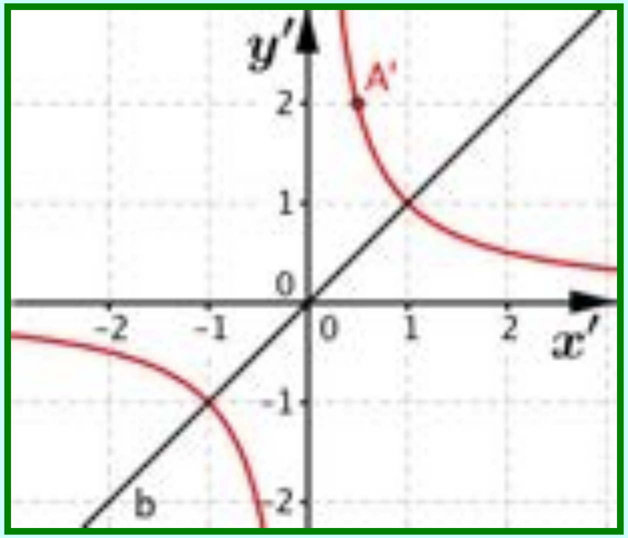
Trasformare curve con le equazioni di una simmetria

Curva d'equazione data	Simmetrica rispetto alla bisettrice *b*
$xy = 1$ 	 Si scambia l'ascissa con l'ordinata. L'equazione della curva è $y'x' = 1$

3. Che cosa osservi per la curva C? Che la curva rimane inalterata

Curva simmetrica rispetto alla bisettrice *b*



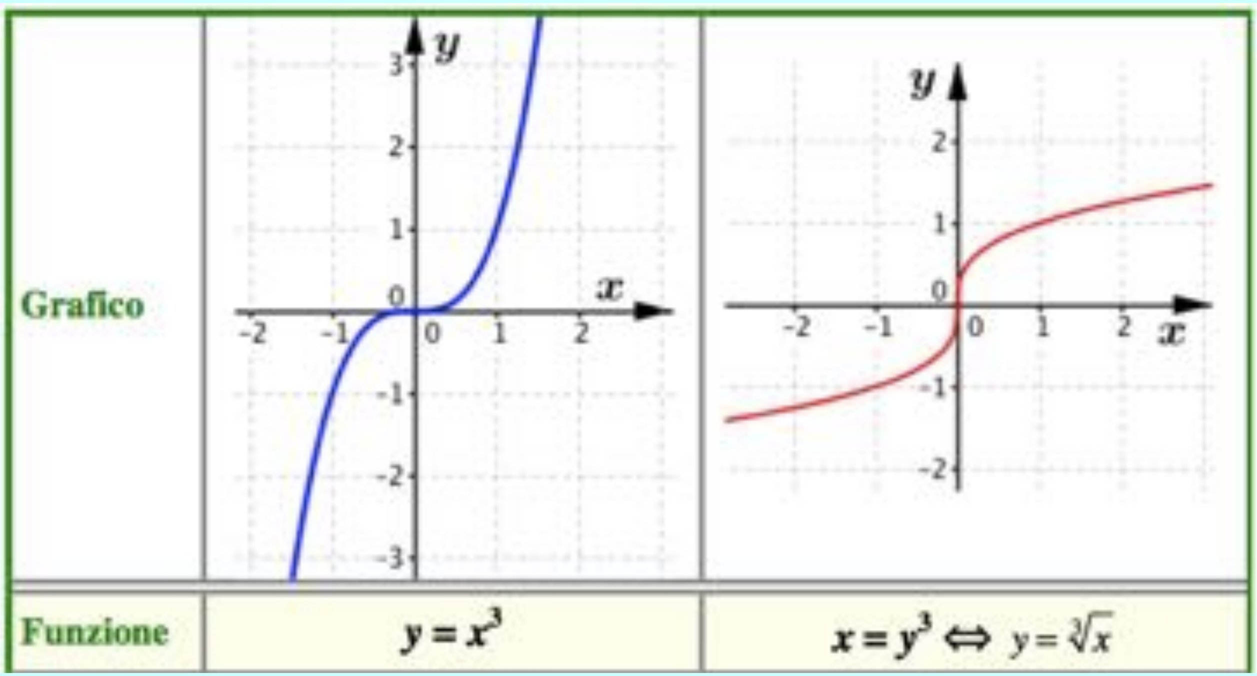


Con il ribaltamento attorno alla bisettrice *b*:
- la curva si sovrappone a se stessa;
- la retta *b* resta fissa.

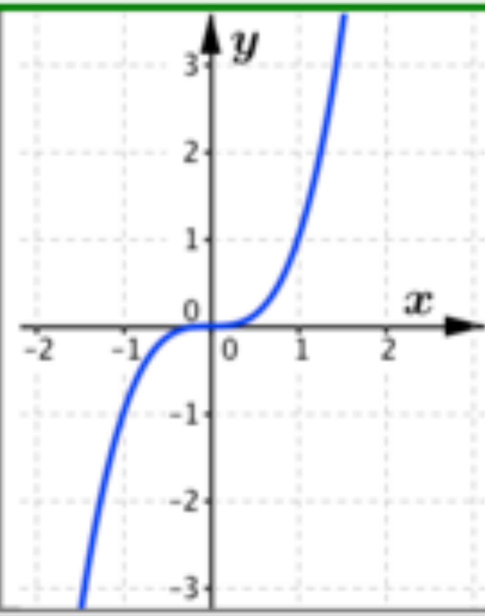
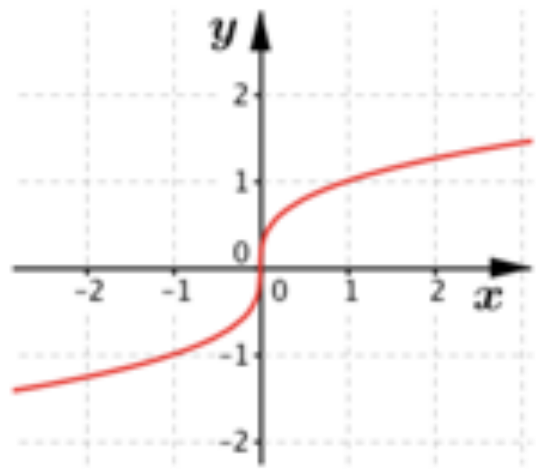
In matematica si dice che:
- La retta *b* è un asse di simmetria della curva.
- La curva è simmetrica rispetto alla retta b.

Curve simmetriche, funzioni e formule

‘Dimentic= la trasformazione eseguita e gli apici nelle lettere per esaminare le curve nel piano *Oxy.*

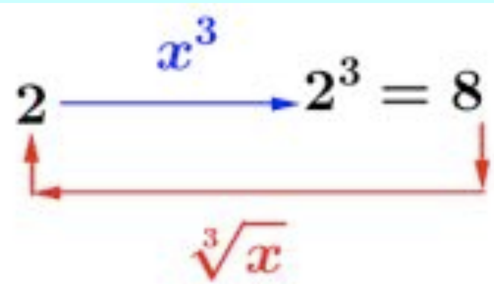


Linguaggio matematico: funzione inversa

Grafico		
Funzione	$y = x^3$	$x = y^3 \Leftrightarrow y = \sqrt[3]{x}$

Curve simmetriche rispetto alla bisettrice del I e III quadrante

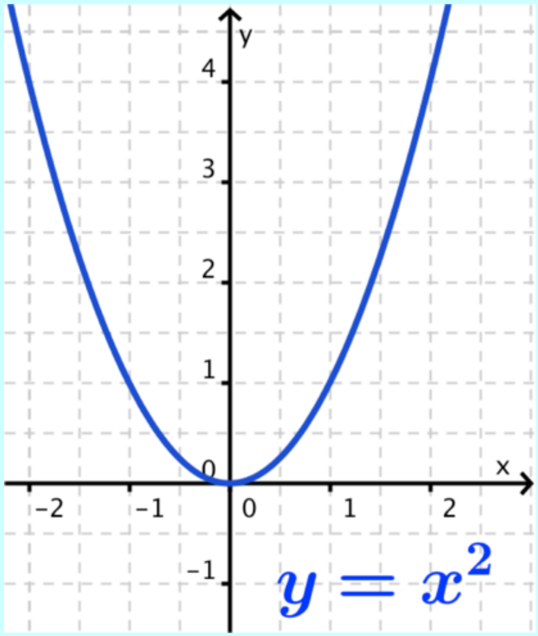
Funzioni inverse



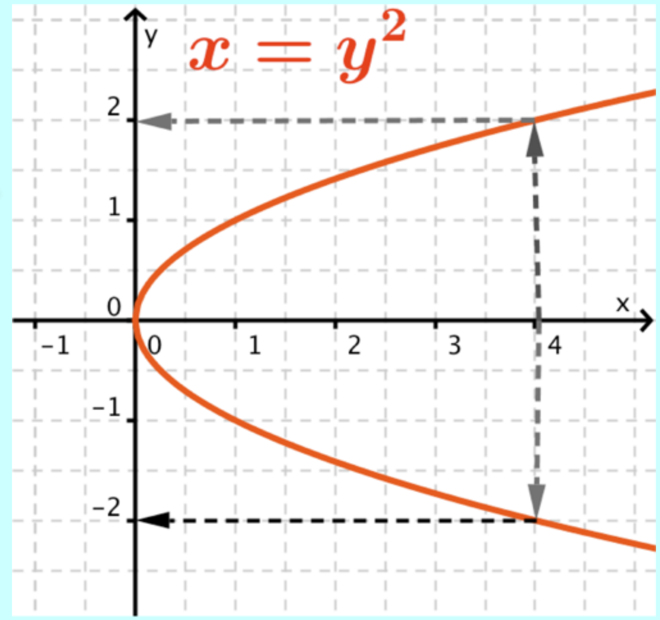
$y = \sqrt[3]{x}$ *è la funzione inversa di* $y = x^3$

Daniela Valenti, 2023

Ma per $y = x^2$ hai trovato



Scambio *x* con *y*



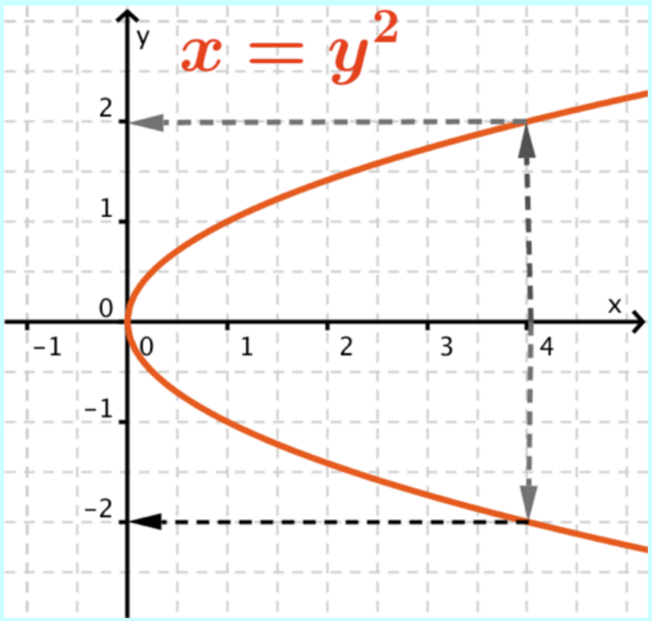
Dominio sottinteso:
insieme *R* dei numeri reali

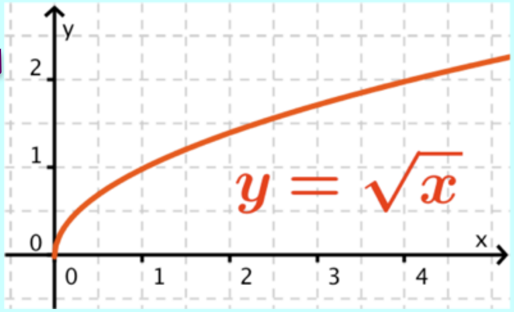
Non è il grafico di una sola funzione.

Come posso arrivare alla funzione inversa?

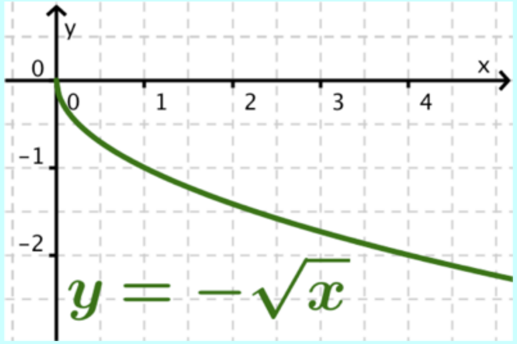
Guida la più recente definizione di funzione

Per descrivere la curva *d'equazione* $x = y^2$ occorrono due funzioni





Dominio: insieme R^+
Codominio: insieme R^+

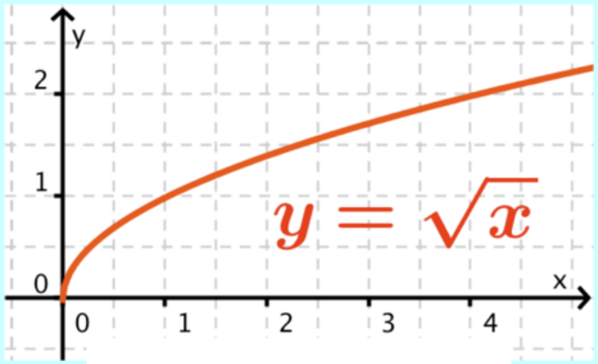


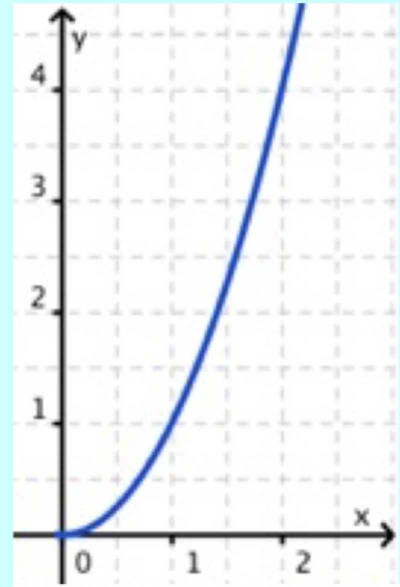
Dominio: insieme R^+;
Codominio: insieme R^-

Dominio e codominio indicati qui sopra sono sottintesi se ogni funzione è descritta dalla sola formula.

Daniela Valenti, 2023

Da $y = x^2$ alla sua funzione inversa





$$\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ Dominio: R^+ \\ Codominio: R^+ \end{cases}$$

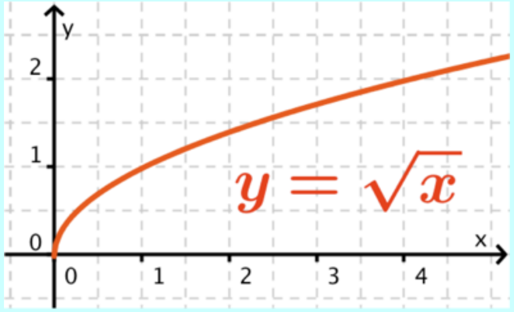
È la funzione inversa di

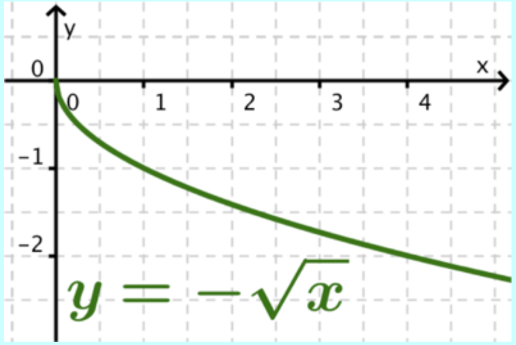
$$\begin{cases} y = x^2 \\ Dominio: R^+ \\ Codominio: R^+ \end{cases}$$

$$\begin{tikzcd} 3 \arrow[r, "x^2"] & 3^2 = 9 \arrow[l, bend left, "\sqrt{x}"] \end{tikzcd}$$

Daniela Valenti, 2023

Definizioni e simboli *coerenti* con la più recente definizione di funzione





La radice quadrata di 4 è il numero positivo che, elevato al quadrato, dà come potenza 4.

Se risolvo l'equazione $x^2 = 4$ ottengo due soluzioni:

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = \sqrt{4} = 2 \\ x = -\sqrt{4} = -2 \end{array} \right.$$

Scrivo

$\sqrt{4} = 2 \qquad -\sqrt{4} = -2 \qquad \pm\sqrt{4} = \pm 2$

NO $\sqrt{4} = \pm 2$

Daniela Valenti, 2023