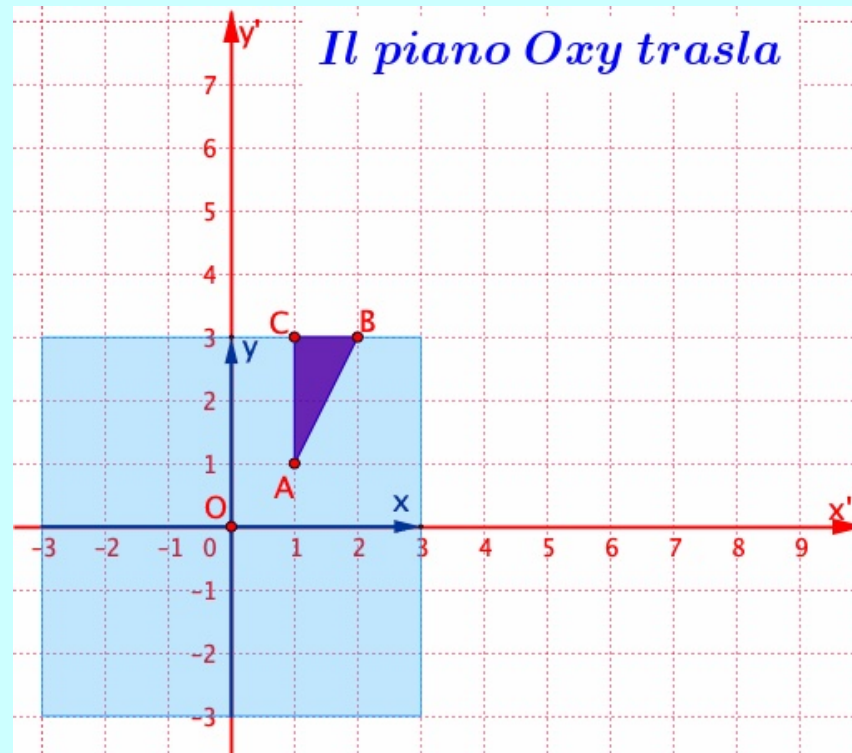


# Traslazioni

# Un video per incontrare le traslazioni

# Il video mostra un modello digitale di traslazione

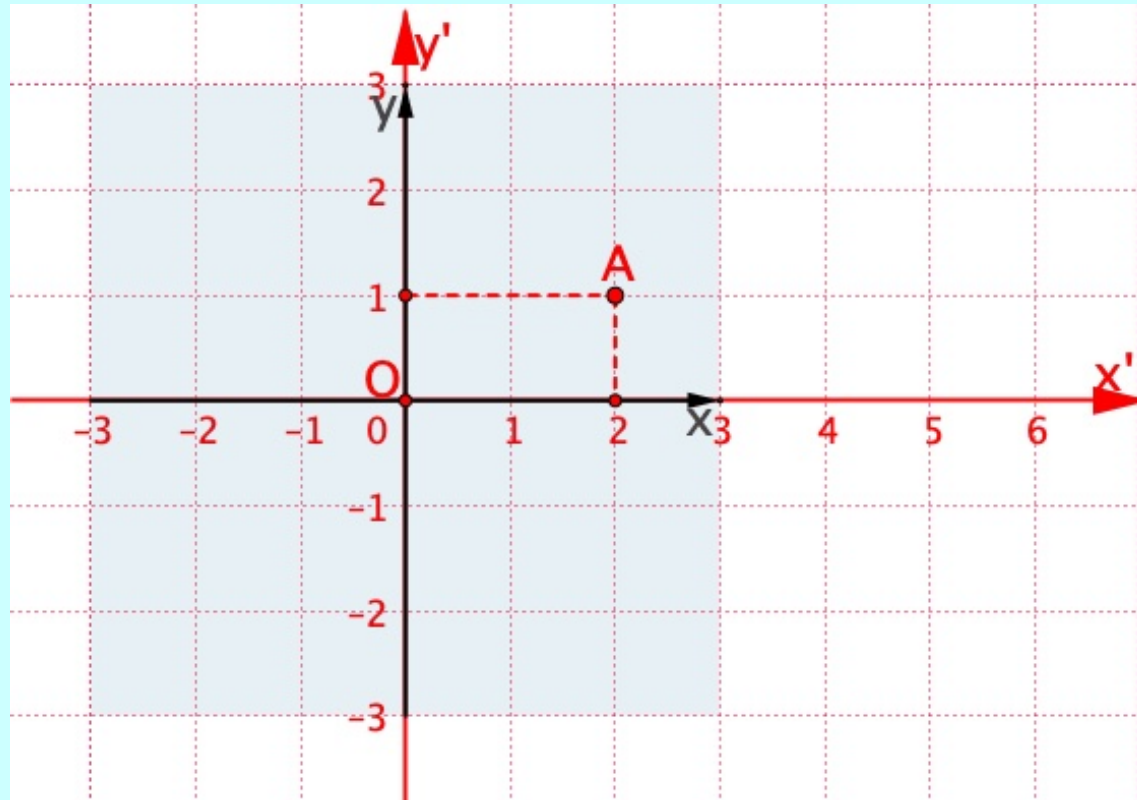
Quando il piano mobile trasla, cambiano le coordinate di tutti i suoi **punti blu**. Ma sul piano fisso rimane **la traccia rossa** della posizione iniziale.



Comincio a studiare esempi di traslazione

# Traslazione lungo l'asse delle x

Il piano mobile scivola lungo l'asse delle x



**Tutti i punti del piano traslano come  $O$  ed  $A$ .**

**Per descrivere con equazioni la traslazione 'fermo' il piano mobile dopo la traslazione e osservo la figura.**

# Il modello digitale dopo la traslazione

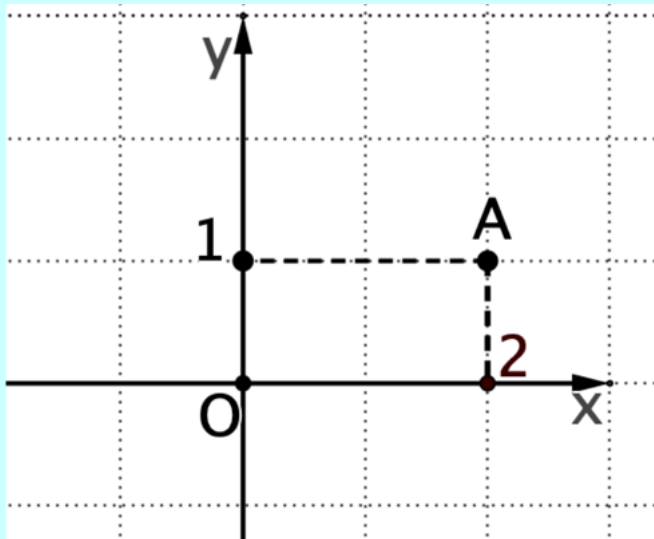
## Traslazione lungo l'asse x

### Un esempio numerico

Dopo la traslazione leggo le coordinate dei punti:

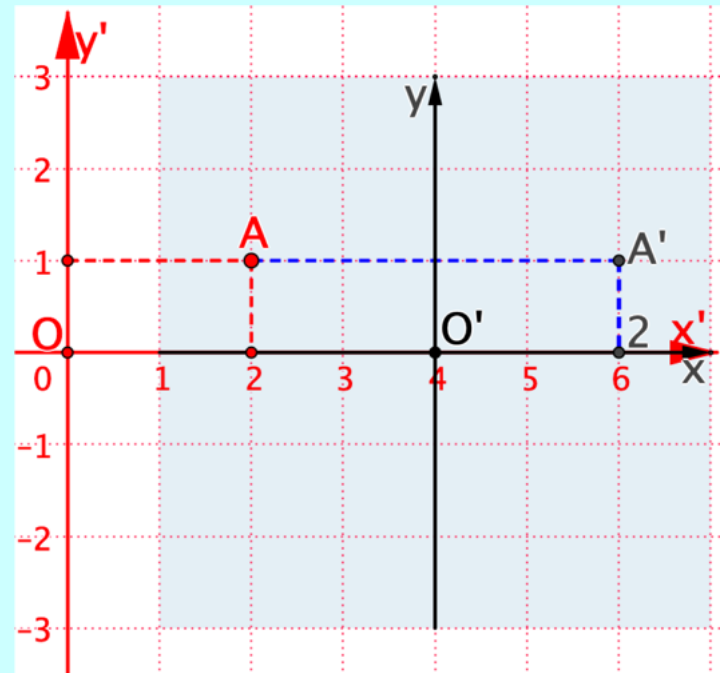
Nel piano nero che trasla

$$O \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad A \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$



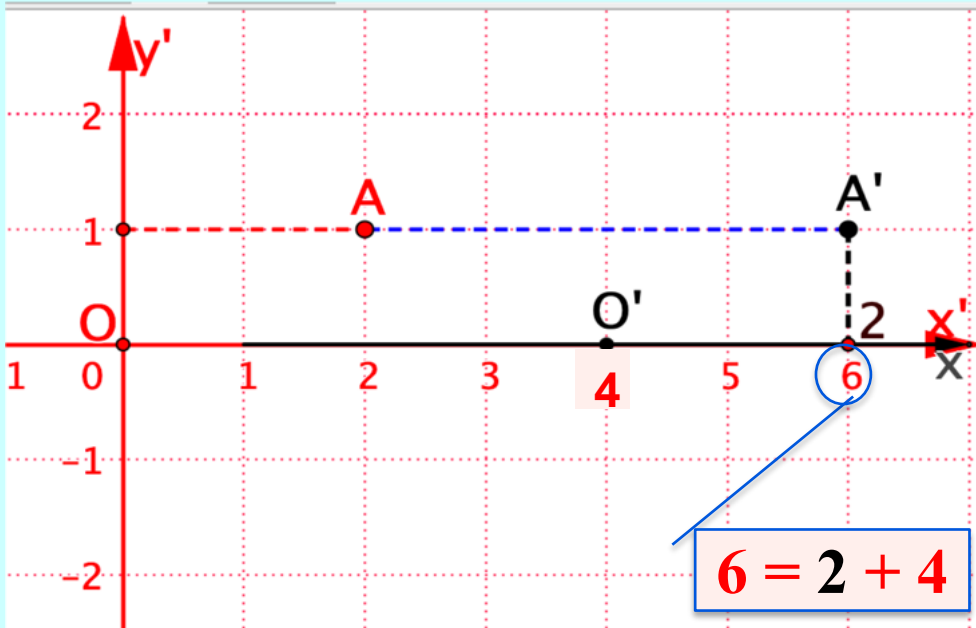
Nel piano rosso fisso

$$O' \begin{cases} x' = 4 \\ y' = 0 \end{cases} \quad A' \begin{cases} x' = 6 \\ y' = 1 \end{cases}$$



# Equazioni di una traslazione lungo l'asse x

## Un esempio numerico



Leggo le coordinate:

Nel piano nero che trasla

$$O \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad A \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Nel piano rosso fisso

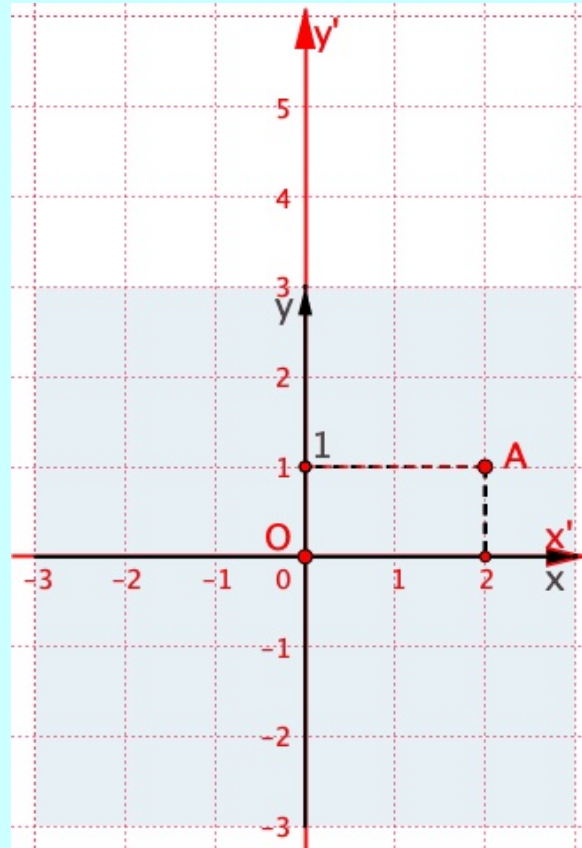
$$O' \begin{cases} x' = 0 + 4 \\ y' = 0 \end{cases} \quad A' \begin{cases} x' = 2 + 4 \\ y' = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y \end{cases}$$

La traslazione porta  $O(0,0)$  in  $O'(4, 0)$ . Aggiunge **4** alle ascisse di tutti i punti e lascia inalterate le ordinate.

# Traslazione lungo l'asse delle $y$

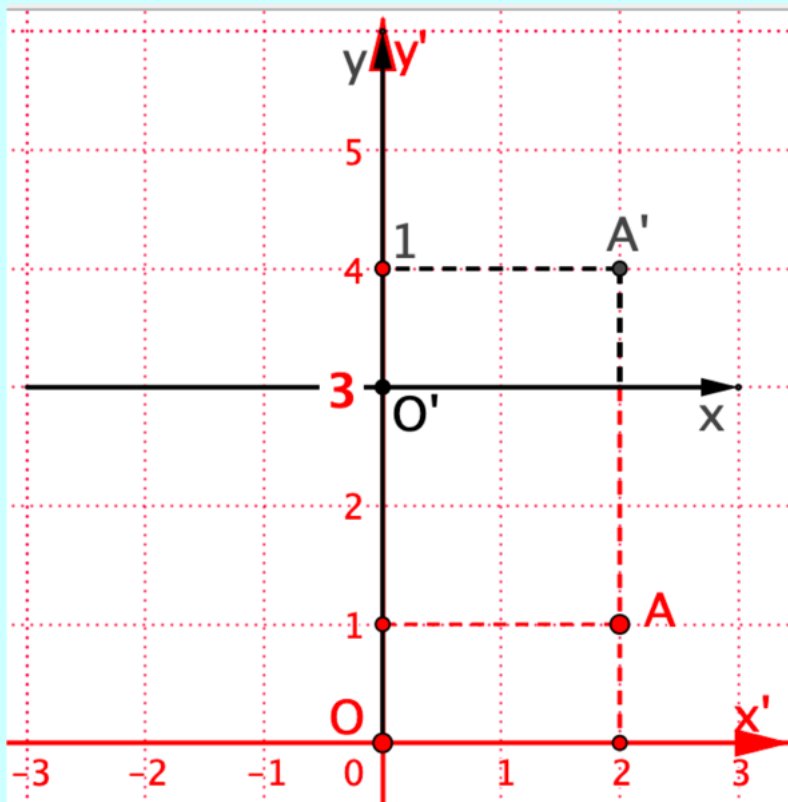
## Il piano mobile scivola lungo l'asse delle $y$



**Tutti i punti del piano mobile traslano come  $O$  ed  $A$ .**  
So come procedere per scrivere le equazioni: 'fermo' il piano mobile dopo la traslazione e osservo la figura.

# Equazioni di una traslazione lungo l'asse y

## Esempio numerico



Leggo le coordinate:

Nel piano nero che trasla

$$O \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad A \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Nel piano rosso fisso

$$O' \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 0 + 3 \end{cases} \quad A' \begin{cases} x' = 2 \\ y' = 1 + 3 \end{cases}$$

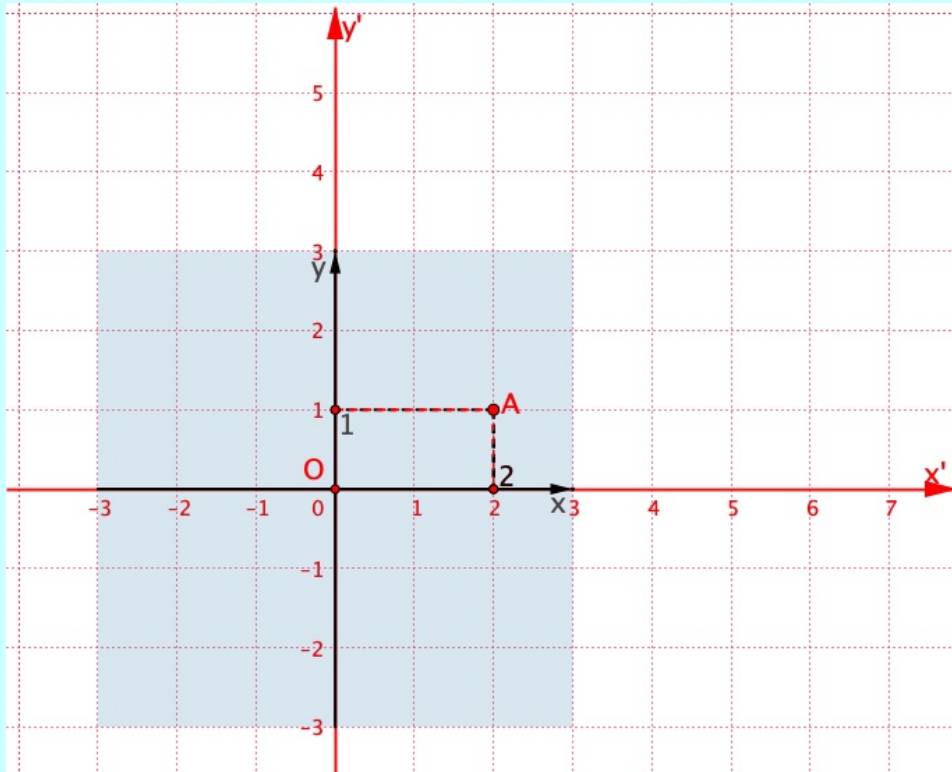
$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y + 3 \end{cases}$$

La traslazione porta  $O(0,0)$  in  $O'(0,3)$ ; aggiunge **3** alle ordinate di tutti i punti e lascia invariate le ascisse.



# Una traslazione

Il piano nero trasla sul piano rosso.



- L'asse  $x$  rimane parallelo all'asse  $x'$ .
- L'asse  $y$  rimane parallelo all'asse  $y'$ .

Tutti i punti del piano mobile traslano come  $O$  ed  $A$ .

Ripeto il procedimento per scrivere le equazioni: 'fermo' il piano mobile dopo la traslazione e osservo la figura.

# Equazioni di una traslazione

## Esempio numerico

Leggo le coordinate:

Nel piano nero che trasla  
 $O \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad A \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Nel piano rosso fisso  
 $O' \begin{cases} x' = 0 + 4 \\ y' = 0 + 3 \end{cases} \quad A' \begin{cases} x' = 2 + 4 \\ y' = 1 + 3 \end{cases}$

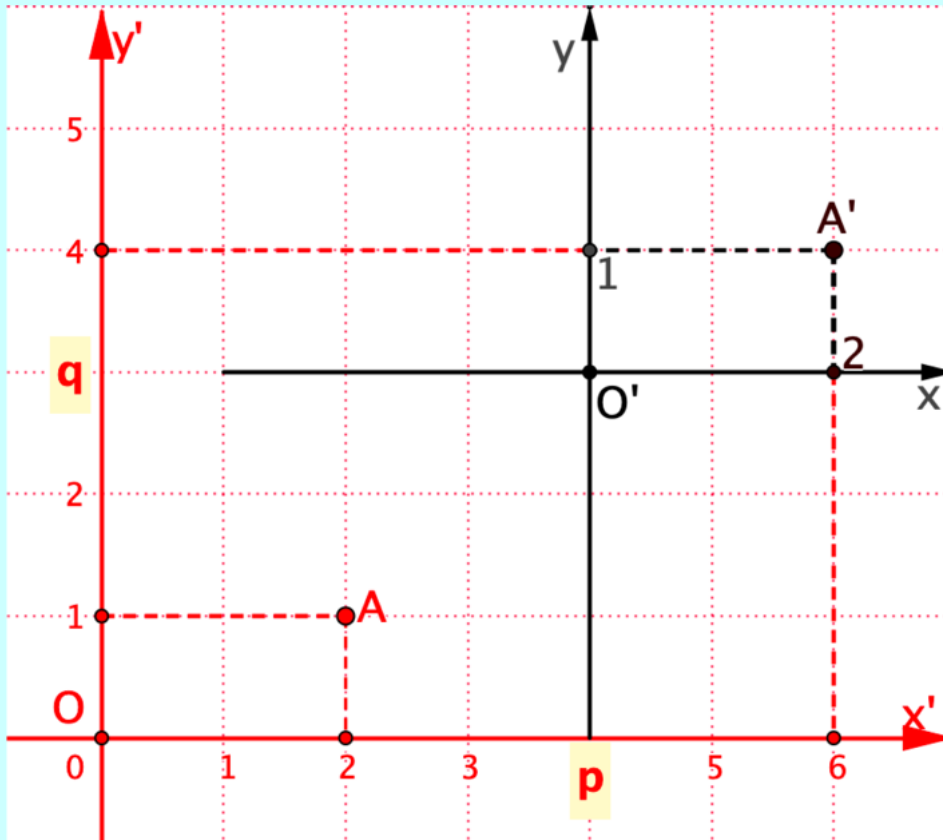
$$\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y + 3 \end{cases}$$

La traslazione porta  $O(0,0)$  in  $O'(4, 3)$ .

Aggiunge **4** alle ascisse e **3** alle ordinate di tutti punti.

# Equazioni di una traslazione

## In generale



$$\begin{cases} x' = x + p \\ y' = y + q \end{cases}$$

La traslazione porta  $O(0,0)$  in  $O'(p, q)$ .  
Aggiunge  $p$  alle ascisse e  $q$  alle ordinate di tutti punti.

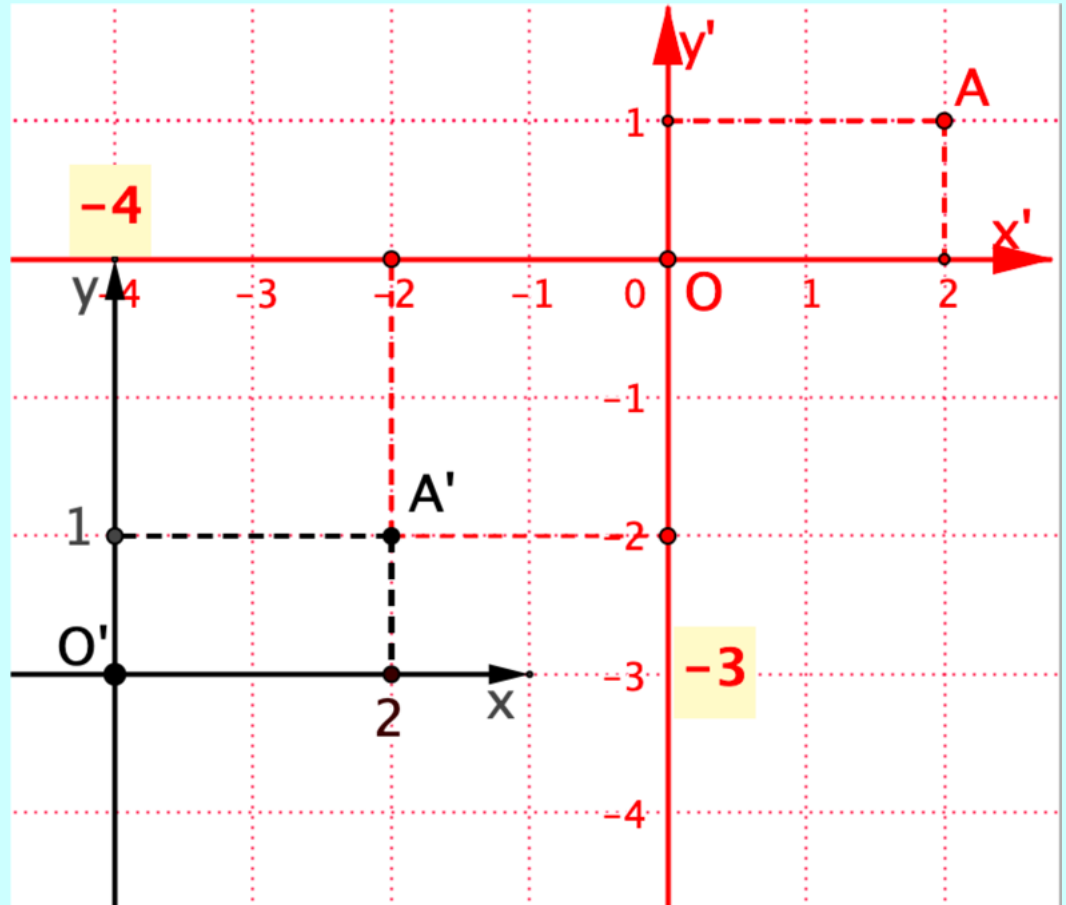
# Altro esempio di traslazione

$$\begin{cases} x' = x + p \\ y' = y + q \end{cases}$$

$$p = -4$$

$$q = -3$$

$$\begin{cases} x' = x + (-4) \\ y' = y + (-3) \end{cases}$$



$$\begin{cases} x' = x - 4 \\ y' = y - 3 \end{cases}$$

# Traslazioni. Attività

**Su un piano che trasla posso disegnare poligoni, ma anche grafici di rette, parabole, circonferenze, ...**

**Completa la scheda per scoprire gli effetti di una traslazione su poligoni e grafici.**

# Riflessioni sull'attività

# Traslazioni e poligoni

# Quesito 1a

1. Nel piano  $Oxy$  il triangolo ha per vertici i punti  $A(0; 3)$ ,  $B(3; 3)$ ,  $C(1; 1)$   
Ottieni il triangolo  $A'B'C'$  con la traslazione di equazioni:

$$\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y - 1 \end{cases}$$

- a. Completa il procedimento per determinare i vertici del triangolo  $A'B'C'$ .

*Il triangolo trasformato ha i vertici con le coordinate seguenti:*

$$A' \begin{cases} x' = 0 + 4 = 4 \\ y' = 3 - 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow A'(4, 2)$$

$$B' \begin{cases} x' = 3 + 4 = 7 \\ y' = 3 - 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow B'(7, 2)$$

$$C' \begin{cases} x' = 1 + 4 = 5 \\ y' = 1 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow C'(5, 0)$$

$$A(0; 3) \quad \begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y - 1 \end{cases}$$

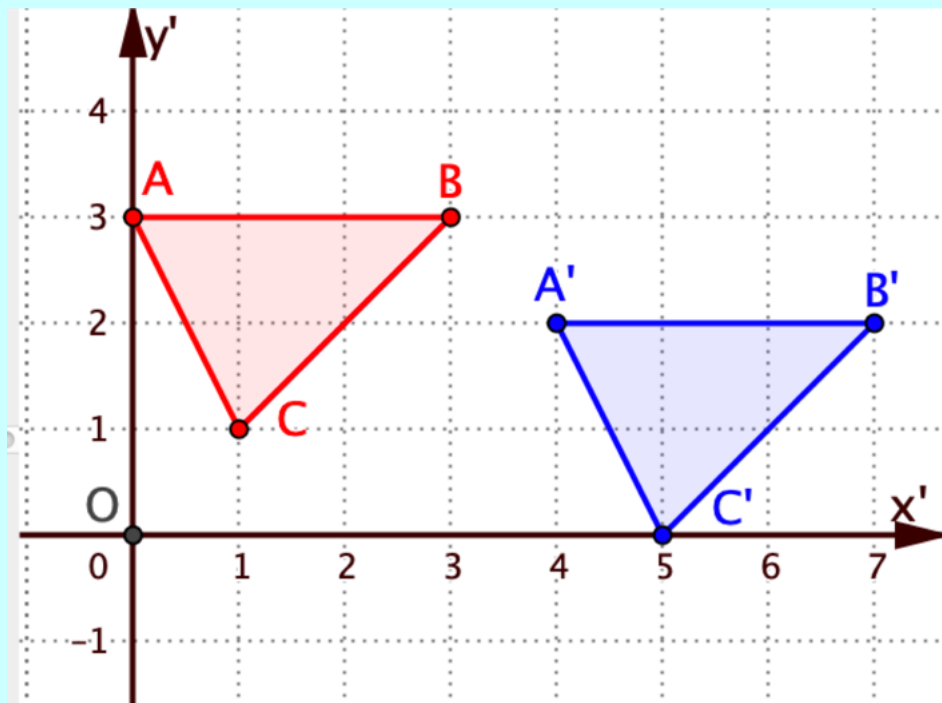


# Quesito 1b

**b.** Disegna nel piano fisso  $Ox'y'$  a fianco:

- il triangolo iniziale  $ABC$ ;
- il triangolo  $A'B'C'$  ottenuto dopo la traslazione.

$A(0, 3)$   
 $B(3, 3)$   
 $C(1, 1)$

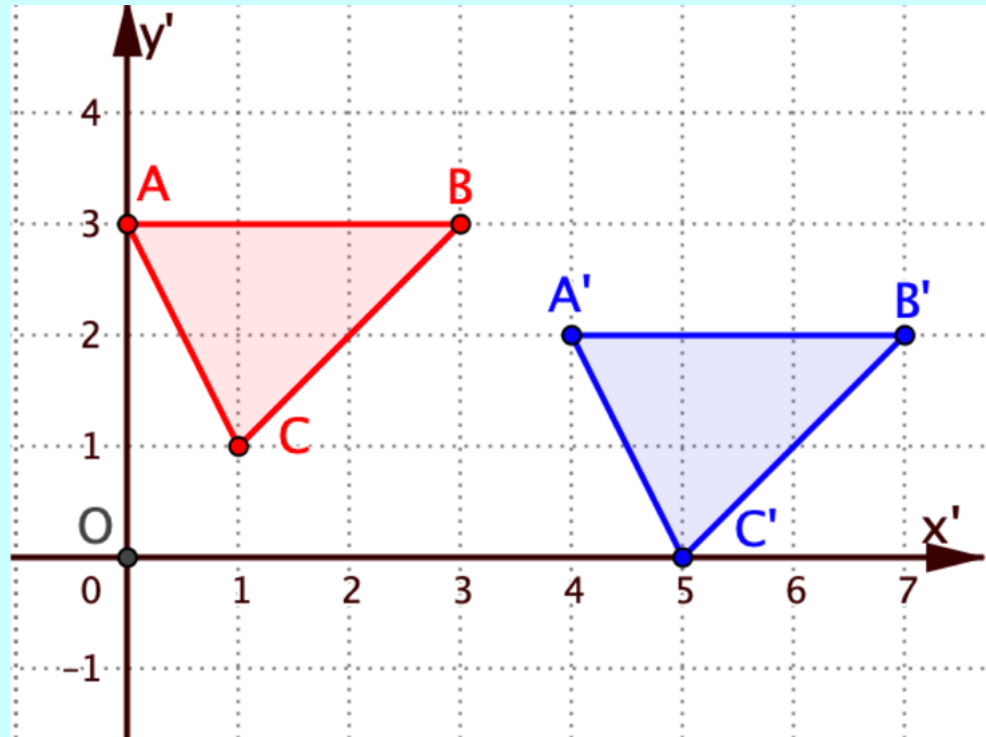


$A'(4, 2)$   
 $B'(7, 2)$   
 $C'(5, 0)$

# Semplificare il disegno

Per semplificare il disegno, 'dimentico' il piano che trasla e disegno solo il piano fisso con:

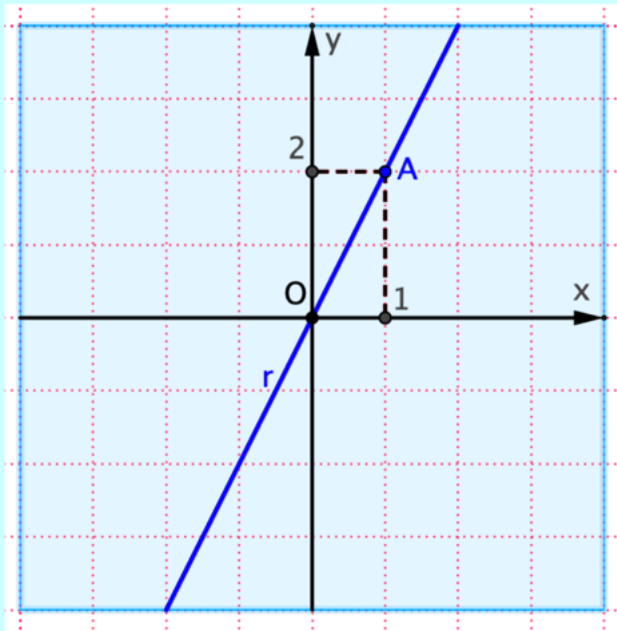
- i punti iniziali dati  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ;
- i punti ottenuti dopo la traslazione  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$ .



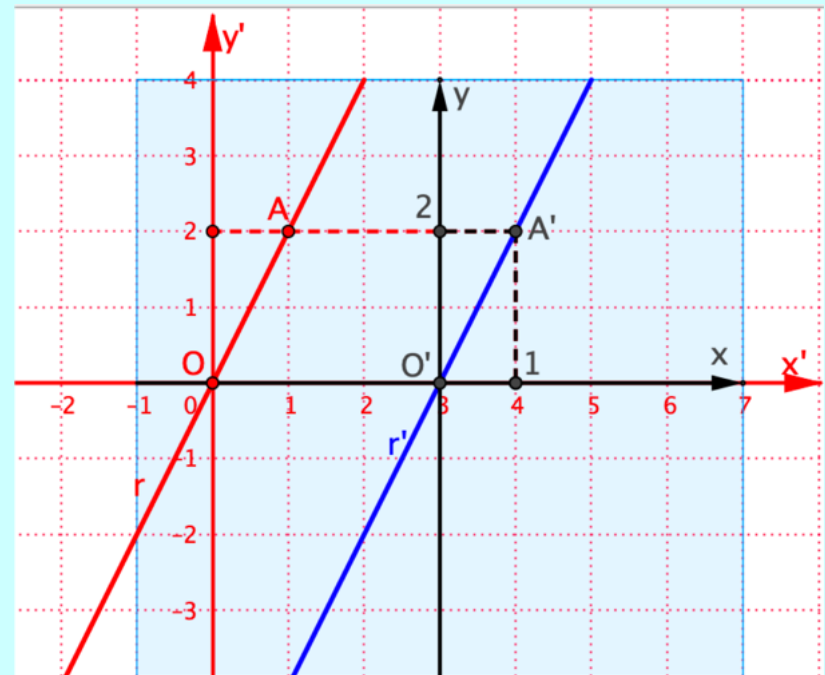
# Traslazioni e grafici

# Quesito 2a. Trasformare una retta

Sul piano  $Oxy$   
disegno la retta  $r$

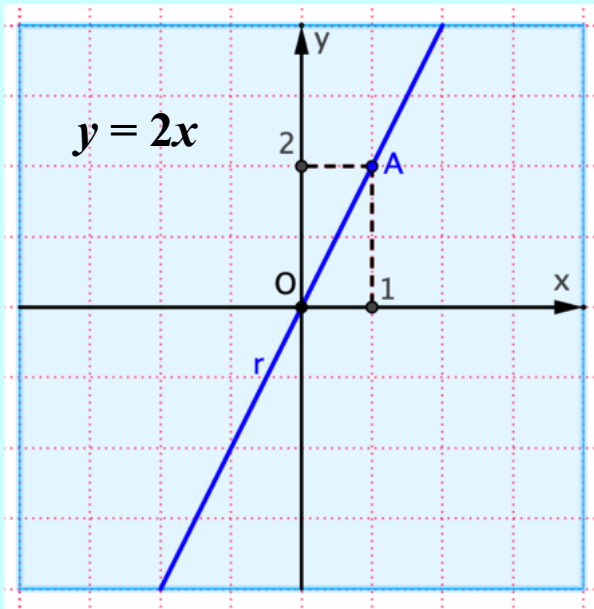


Traslo il piano  $Oxy$  e  
ottengo la retta  $r'$ .

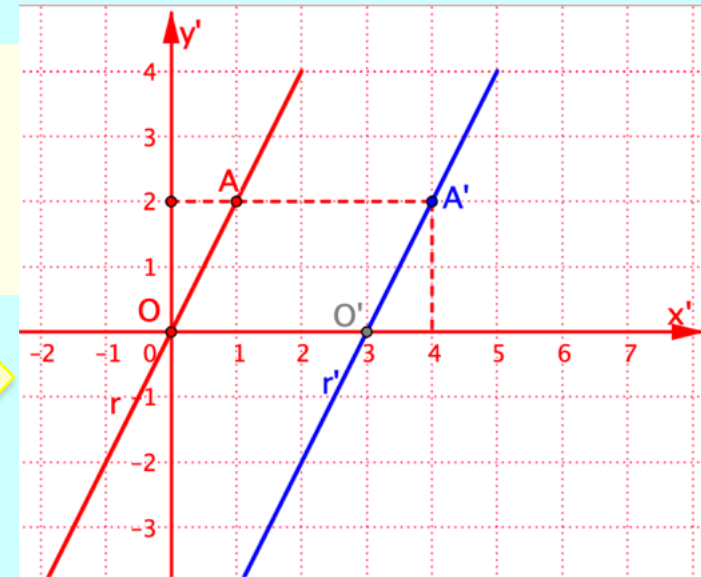
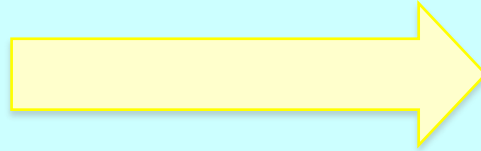


Qual è l'equazione della retta  $r'$  rispetto al piano rosso fisso?

# Equazione della retta $r'$ dopo la traslazione



$$\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y \end{cases}$$



Retta  $r$  ha equazione:  $y = 2x$   
Passa per  
 $O(0, 0)$  e  $A(1, 2)$

Retta  $r'$  per  $O'(3, 0)$  e  $A'(4, 2)$   
Ha equazione

$$\frac{y' - 0}{x' - 3} = \frac{2 - 0}{4 - 3} \Rightarrow y' = 2(x' - 3)$$

## Quesito 2b. Confronto le equazioni delle rette $r$ e $r'$

Al posto di  $x$  ho scritto  $x' - 3$

$$y = 2x \quad \text{diventa} \quad y' = 2(x' - 3)$$

Al posto di  $y$  ho scritto  $y'$

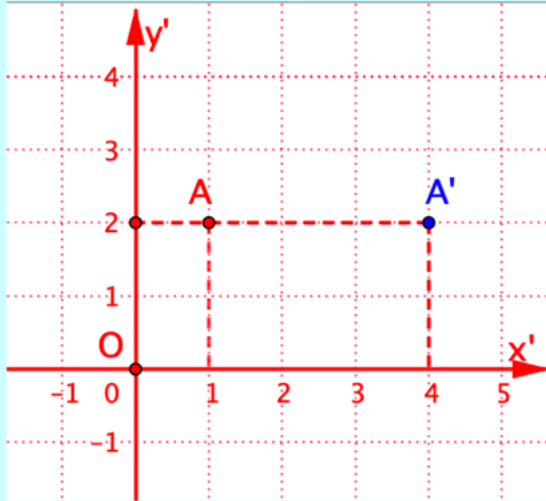
$$\begin{cases} x = x' - 3 \\ y = y' \end{cases}$$

### *Linguaggio matematico*

$$\begin{cases} x = x' - 3 \\ y = y' \end{cases} \text{ è la trasformazione inversa di } \begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y \end{cases}$$

**Esprime  $x$  e  $y$  per mezzo di  $x'$  e  $y'$**

# Traslare punti



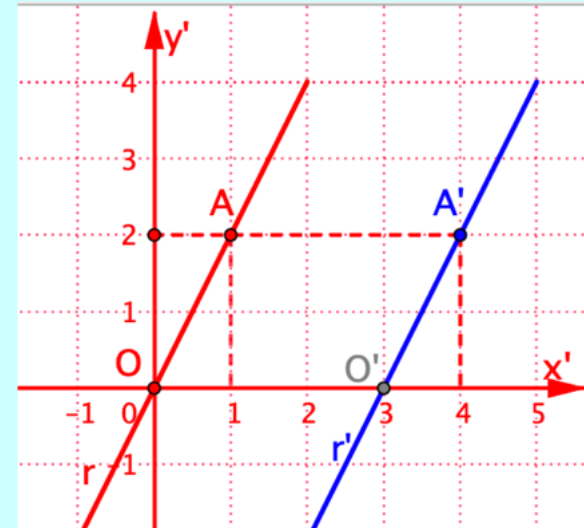
$A(1; 2)$  diventa  $A'(4; 2)$

$$\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y \end{cases}$$

**Calcola  $x'$  ed  $y'$   
a partire da  $x$  e  $y$**

**TRASLAZIONE**

# Traslare rette



$r: y = 2x$  diventa  $r': y' = 2(x' - 3)$

$$\begin{cases} x = x' - 3 \\ y = y' \end{cases}$$

**Esprime  $x$  e  $y$  per  
mezzo di  $x'$  e  $y'$**

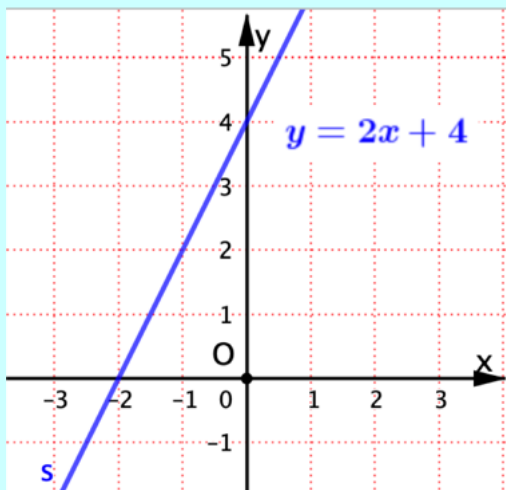
**TRASLAZIONE INVERSA**

# Applicare le equazioni di una trasformazione

Esempio	In generale
<p><b>Traslazione che aggiunge 3 alle ascisse</b></p> $\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y \end{cases} \quad (*)$	<p><b>Traslazione</b></p> $\begin{cases} x' = x + p \\ y' = y + q \end{cases} \quad (^\circ)$
<p>I. Si applica la traslazione (*) per trasformare punti</p> <p>A (1; 2) diventa A' <math>\begin{cases} x' = 1 + 3 \\ y' = 2 \end{cases}</math></p>	<p>I. Si applica la traslazione (°) per trasformare punti</p> <p>A (1; 2) diventa A' <math>\begin{cases} x' = 1 + p \\ y' = 2 + q \end{cases}</math></p>
<p>II. Per traslare grafici si applica la trasformazione inversa</p> $\begin{cases} x = x' - 3 \\ y = y' \end{cases}$	<p>II. Per traslare grafici si applica la trasformazione inversa</p> $\begin{cases} x = x' - p \\ y = y' - q \end{cases}$
<p><math>y = 2x</math> diventa <math>y' = 2(x' - 3)</math></p>	<p><math>y = 2x</math> diventa <math>y' - q = 2(x' - p)</math></p>

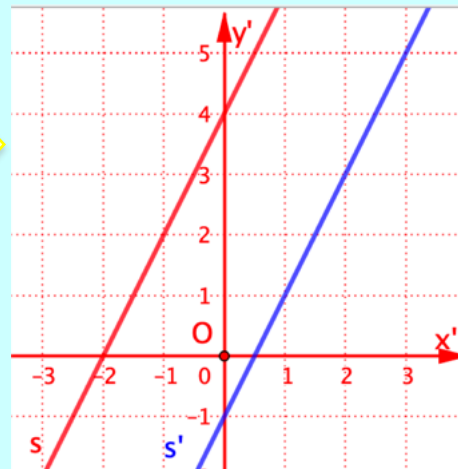


# Procedimento rapido per traslare grafici



**Traslazione**

$$\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y + 1 \end{cases}$$



**Per scrivere l'equazione della retta s'**

**Equazione di s**

$$y = 2x + 4$$

**Traslazione inversa**

$$\begin{cases} x = x' - 3 \\ y = y' - 1 \end{cases}$$

**Equazione di s'**

$$y' - 1 = 2(x' - 3) + 4$$

Al posto di  $x$  ho scritto  $x' - 3$

$$y = 2x + 4 \quad \text{diventa} \quad y' - 1 = 2(x' - 3) + 4$$

Al posto di  $y$  ho scritto  $y' - 1$

# Procedimento valido in generale

Posso ripetere il procedimento a partire da qualunque traslazione e anche se ho disegnato altri grafici: parabole, circonferenze, ...

