

Sistemi lineari di due equazioni in due incognite. Esercizi

Negli esercizi da 1 a 6 sono dati un sistema e 3 coppie di numeri. Per ogni esercizio risolvi i seguenti quesiti:

- scegli fra le 3 coppie la soluzione del sistema e motiva la scelta;
- rappresenta su un piano cartesiano le due equazioni del sistema e i tre punti.

$$1. \begin{cases} y=0 \\ y=x-4 \end{cases} \quad (0; 0) \quad (4; 0) \quad (0; 4)$$

$$2. \begin{cases} x=0 \\ y=x+3 \end{cases} \quad (0; 0) \quad (3; 0) \quad (0; 3)$$

$$3. \begin{cases} y=2 \\ y=2x-4 \end{cases} \quad (2; 0) \quad (0; 2) \quad (0; 0)$$

$$4. \begin{cases} x=1 \\ y=-2x+2 \end{cases} \quad (0; 0) \quad (1; 0) \quad (0; 1)$$

$$5. \begin{cases} x=-2 \\ y=2x+1 \end{cases} \quad (-2; -3) \quad (-3; -2) \quad (-2; -2)$$

$$6. \begin{cases} y=x \\ y=3x-2 \end{cases} \quad (1; 1) \quad (-1; -1) \quad (0; 1)$$

Risolvi con il metodo di sostituzione i sistemi dati negli esercizi da 7 a 14

$$7. \begin{cases} y=x+5 \\ x=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} y=2 \\ y=2x-4 \end{cases} \quad [(-1; 4); (3; 2)]$$

$$8. \begin{cases} 3x-4y+5=0 \\ x=1 \end{cases} \quad \begin{cases} y=0 \\ y=7x-14 \end{cases} \quad [(1; 2); (2; 0)]$$

$$9. \begin{cases} 3x=24 \\ 2x-y=11 \end{cases} \quad \begin{cases} x+4y=-1 \\ 5y=-5 \end{cases} \quad [(8; 5); (3; -1)]$$

$$10. \begin{cases} 4x+16=0 \\ 3x-2y=2 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x-5y=58 \\ 3y+6=0 \end{cases} \quad [(-4; -7); (6; -2)]$$

$$11. \begin{cases} -2y-6=0 \\ x+y=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-y=3 \\ -4x+8=0 \end{cases} \quad [(7; -3); (2; 1)]$$

$$12. \begin{cases} y=2x \\ y=-3x \end{cases} \quad \begin{cases} y=4x \\ y=-5x \end{cases} \quad [(0; 0); (0; 0)]$$

$$13. \begin{cases} y=x-1 \\ y=5-x \end{cases} \quad \begin{cases} y=2x-5 \\ y=3-2x \end{cases} \quad [(3; 2); (2; -1)]$$

$$14. \begin{cases} y=\frac{3}{2}x-2 \\ y=9-4x \end{cases} \quad \begin{cases} y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{2} \\ y=5x-7 \end{cases} \quad [(2; 1); (2; 3)]$$

Esamina i sistemi dati negli esercizi da 15 a 25 e risolvi i seguenti quesiti

- individua i sistemi impossibili o indeterminati;
- risolvi gli altri esercizi con il metodo di sostituzione.
- verifica che la soluzione ottenuta è corretta.

$$15. \begin{cases} 3x+5y=24 \\ 2x-4y=-28 \end{cases} \quad \begin{cases} x-2y=3 \\ 2x-4y=-28 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 4x+10y=-2 \\ 2x+5y=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x+3y=13 \\ 2x+5y=-1 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} -2x+3y=4 \\ 7x-8y=-9 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-3y=2 \\ 4x-6y=4 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 3x-4y=-31 \\ 5x+6y=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-3y=2 \\ 4x-6y=0 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 3x-4y=3 \\ 6x-8y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-4y=3 \\ 2x-5y=-5 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 4x+5y=7 \\ 8x+10y=14 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x+5y=7 \\ 7x+3y=-5 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 3x-4y=3 \\ 2x-5y=-5 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x-8y=6 \\ -9x+12y=-9 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 7x+2y=4 \\ 14x+4y=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x+2y=4 \\ 5x-4y=30 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 3x+4y=8 \\ 2x-3y=-23 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+4y=8 \\ -9x-12y=-24 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} -0,5x+0,3y=1 \\ 5x-3y=10 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x+7y=8 \\ 5x-3y=10 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 3x+5y=15 \\ 0,6x+y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+5y=15 \\ 7x-2y=-6 \end{cases}$$

Problemi che conducono a risolvere sistemi lineari di due equazioni

Problemi di geometria analitica

Negli esercizi da 26 a 30 sono date le equazioni di due rette. Per ogni esercizio risolvi i seguenti quesiti:

- determina le coordinate del punto di intersezione delle due rette;
- rappresenta su un piano cartesiano le due rette e osserva sul grafico il punto di intersezione.

$$26. (r) y = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5} \quad (s) y = 0$$

$$27. (r) y = 2x - 5 \quad (s) y = 3$$

$$28. (r) y = 3x \quad (s) y = -\frac{1}{3}x$$

$$29. (r) y = -2x \quad (s) y = -\frac{5}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$30. (r) y = \frac{2}{3}x \quad (s) y = -x - 5$$

31. Sono date le rette che hanno le seguenti equazioni:

$$y = -x \quad , \quad y = \frac{1}{2}x \quad , \quad y = 2x + 3$$

- Rappresenta le rette su un riferimento cartesiano e osserva che le tre rette formano un triangolo T.
- Determina le coordinate dei vertici A, B, C del triangolo T.
- Calcola il perimetro del triangolo T.
- Verifica che T è un triangolo isoscele.
- Descrivi un procedimento per calcolare l'area di T e calcola l'area.

32. I lati di un quadrilatero ABCD si trovano sulle rette che hanno le seguenti equazioni:

$$y = 2x \quad y = 2x + 4 \quad y = 4 \quad y = -2x$$

- Rappresenta su un riferimento cartesiano le rette e il quadrilatero ABCD.
- Spiega perché le equazioni delle rette permettono di stabilire che ABCD è un trapezio.
- Calcola le coordinate dei vertici del trapezio.
- Calcola il perimetro di ABCD.
- Il trapezio è isoscele? Motiva la tua risposta.

33. Sono date le rette che hanno le seguenti equazioni:

$$r) y = 2x + 4 \quad e \quad s) y = 2x - 2$$

- Determina le coordinate dei seguenti punti:
A, intersezione di r con l'asse y e B, intersezione di r con l'asse x;
C, intersezione di s con l'asse y e D, intersezione di s con l'asse x.
- Rappresenta su un riferimento cartesiano le rette e il quadrilatero ABCD.
- Spiega perché ABCD è un trapezio isoscele.
- Calcola il perimetro di ABCD.

34. I lati di un quadrilatero ABCD si trovano sulle rette che hanno le seguenti equazioni:

$$y = 2x \quad y = 2x + 6 \quad y = -x \quad y = -x + 6$$

- Rappresenta su un riferimento cartesiano le rette e il quadrilatero ABCD.
- Spiega perché le equazioni delle rette permettono di stabilire che il quadrilatero è un parallelogramma.
- Calcola le coordinate dei vertici del parallelogramma.
- Calcola il perimetro del parallelogramma.

35. I lati di un triangolo ABC si trovano sulle rette che hanno le seguenti equazioni:

$$y = -x + 4 \quad y = 2x - 2 \quad y = -10x - 14$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare le coordinate dei vertici del triangolo;
- determinare le coordinate dei punti D, E, F in cui l'asse delle x incontra i lati del triangolo;
- completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

$$[A(2; 2); B(-1; 4); C(-2; 6)]$$

36. I lati di un triangolo ABC si trovano sulle rette di equazioni:

$$y = x - 2 \quad y = -2x + 4 \quad y = 10x + 16$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare le coordinate dei vertici del triangolo;
- determinare le coordinate dei punti D, E, F in cui l'asse delle y incontra i lati del triangolo;
- completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

$$[A(2; 0); B(-1; 6); C(-2; -4)]$$

37. I lati di un quadrilatero ABCD si trovano sulle rette che hanno le seguenti equazioni:

$$y = \frac{3}{2}x$$

$$y = \frac{3}{2}x - 6$$

$$x = 4$$

$$y = -\frac{1}{2}x$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- spiegare perché le equazioni delle rette permettono di stabilire che il quadrilatero è un trapezio;
- calcolare le coordinate dei vertici del trapezio;
- completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

$$[A(4; 0); B(4; 6); C(0; 0); D(3; -1,5)]$$

38. I lati di un quadrilatero ABCD si trovano sulle rette di equazioni:

$$y = 2x$$

$$y = 2x + 6$$

$$y = -x$$

$$y = -x + 6$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- spiegare perché le equazioni delle rette permettono di stabilire che il quadrilatero è un parallelogramma;
- calcolare le coordinate dei vertici del parallelogramma;
- completare lo svolgimento dell'esercizio con un accurato grafico.

$$[A(0; 0); B(-2; 2); C(0; 6); D(2; 4)]$$

Problemi di fisica

39. Due treni percorrono a velocità costante la linea Roma – Venezia, approssimativamente rettilinea:
- *Eurostar* passa per Roma a mezzanotte e, alle 2, si è allontanato di 400 km da Roma verso Venezia.
 - *Freccia bianca* a mezzanotte passa per una stazione che dista da Roma 600 km e, dopo 6 ore, è arrivato a Roma.
- Indica con t il tempo (misurato in ore, a partire da mezzanotte), con s la distanza da Roma (in chilometri) e scrivi le leggi che descrivono il moto di Eurostar (E) e Freccia bianca (F)
 - Determina dove e quando i due treni si incontrano e mostra i calcoli svolti per rispondere.
 - Visualizza il problema sul piano cartesiano.
40. Due treni partono da due città (A e B) e percorrono nello stesso verso due binari rettilinei.
Si sa che:
- il treno 1, che parte da A, viaggia alla velocità di 300 km/h;
 - il treno 2, che parte da B, viaggia alla velocità 250 km/h;
 - la distanza fra le due città è di 100 km.
- Risolvere i seguenti quesiti:
- spiegare perché il treno 1 si allontana da A seguendo la legge:
$$s = 300t$$

e il treno 2 si allontana da A seguendo la legge:
$$s = 100 + 250t$$
 - determinare dove e quando s'incontrano i due treni;
 - visualizzare il problema sul piano cartesiano.

$$[(b) \text{ i treni s'incontrano dopo 2 ore, a 600 km da A }]$$

41. Due treni partono da due città (A e B) e percorrono in verso opposto due binari rettilinei.

Si sa che:

- il treno 1, che parte da A, viaggia alla velocità di 300 km/h;
- il treno 2, che parte da B, viaggia alla velocità 250 km/h;
- la distanza fra le due città è di 275 km.

Risolvere i seguenti quesiti:

- a. spiegare perché il treno 1 si allontana da A seguendo la legge:

$$s=300t$$

mentre il treno 2 si avvicina a A seguendo la legge:

$$s=275-250t$$

- b. determinare dove e quando s'incontrano i due treni;
c. visualizzare il problema sul piano cartesiano.

[(b) i treni s'incontrano dopo mezz'ora, a 150 km da A]

42. Due sassi A e B vengono lanciati contemporaneamente nelle vicinanze della Terra e si sa che:

- il sasso A viene lanciato verso il basso con una velocità iniziale di 10 m/s;
 - il sasso B viene lanciato verso l'alto con una velocità iniziale di 29,6 m/s;
- Rispondere ai seguenti quesiti:

- a. spiegare perché la velocità v del sasso A aumenta seguendo la legge:

$$v=9,8t+10$$

mentre la velocità v del sasso B diminuisce seguendo la legge:

$$v=-9,8t+29,6$$

- b. calcolare dopo quanto tempo i due sassi raggiungono la stessa velocità;
c. visualizzare il problema sul piano cartesiano.

[(b) dopo 1 secondo]

43. Il rombo di un cannone, propagandosi nello stesso verso in cui soffia il vento, percorre in 1 secondo 344,64 metri; propagandosi nel verso opposto a quello in cui soffia il vento, percorre invece 336,12 metri. Indicata con x la velocità del suono e con y quella del vento, risolvere i seguenti quesiti:

- a. spiegare perché x e y si trovano risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} 344,64=x+y \\ 336,12=x-y \end{cases}$$

- b. determinare la velocità del suono e del vento.

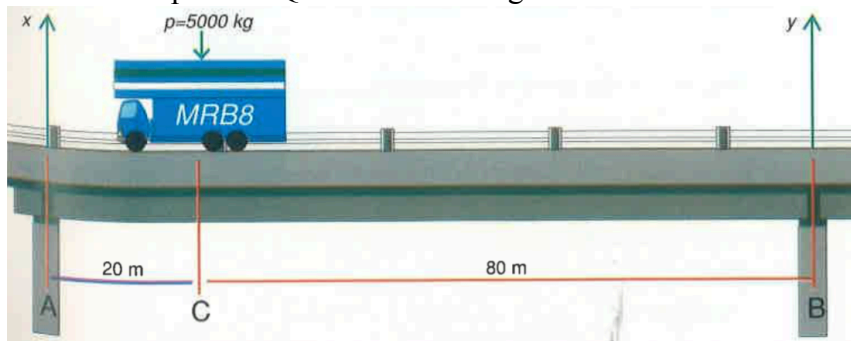
[(b) $x=340,38$; $y=4,26$]

44. Una nave percorre in un'ora 30 km quando il vento è favorevole e solo 18 quando il vento è contrario. In un giorno di vento variabile, la nave percorre 240 km in 10 ore. Per quante ore il vento è stato favorevole e per quante contrario?

[5 favorevole e 5 contrario]

45. Esercizio guidato

Nella figura qui sotto è rappresentato un autocarro che pesa 5000kg, fermo su un viadotto lungo 100m, a 20 metri da uno dei pilastri. Quali forze sostengono l'autocarro?



Per sostenere il peso dell'autocarro, che agisce in direzione verticale verso il basso, i due pilastri A e B esercitano due forze verticali rivolte verso l'alto; indicando con x e y l'intensità incognita di queste due forze (misurata in kg), dovrà dunque risultare:

$$x+y=5000$$

Questa equazione non basta per determinare le due incognite x e y ; occorre un'altra equazione, che si può ricavare esaminando meglio il problema: l'autocarro è più vicino al pilastro A, che deve dunque sopportare lo sforzo maggiore; se A crollasse, il viadotto diventerebbe una leva che ruota intorno al fulcro B. Per mantenere in equilibrio questa leva, che ha i bracci:

AB lungo 100 m e CB lungo 80 m

il pilastro A deve esercitare una forza x (la potenza della leva), legata al peso dell'autocarro (la resistenza) dalla legge di equilibrio della leva; si ha dunque:

$$100x = 80 \cdot 5000 \quad \text{cioè} \quad 100x = 400\,000$$

In conclusione, per ottenere le due forze x e y devi risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} x + y = \underline{\hspace{2cm}} \\ 100x = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}$$

Risolvi il sistema e scrivi qui la soluzione: _____

46. Un autocarro che pesa 4000 kg è fermo su un viadotto AB lungo 800 metri, a 160 metri da uno dei due pilastri; risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché lo sforzo x sostenuto dal pilastro A e lo sforzo y sostenuto dal pilastro B si ottengono risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} x+y=4000 \\ 800x=160 \cdot 4000 \end{cases}$$

b. determinare gli sforzi sostenuti dai due pilastri.

$$[(b) x=800; y=3200]$$

47. Un trapezio da circo è formato da una sbarra AB lunga 1,2 metri, sostenuta da due funi agganciate in alto; un acrobata del peso di 75 kg si sospende nel punto H distante 80 cm dall'estremo A. Risolvere i seguenti quesiti:

a. spiegare perché lo sforzo x sostenuto dalla fune agganciata in A e lo sforzo y sostenuto dalla fune agganciata in B si ottengono risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} x+y=75 \\ 1,2x=0,4 \cdot 75 \end{cases}$$

b. determinare gli sforzi sostenuti dalle due funi.

$$[(b) x=25; y=50]$$

Problemi vari

48. Un turista italiano vuole andare in Svizzera e, prima di cambiare i suoi euro in franchi, esamina le seguenti proposte fatte da due banche A e B:
- A. 1 euro viene scambiato con 1,412 franchi senza spese.
- B. 1 euro viene scambiato con 1,416 franchi, ma la banca richiede una commissione fissa di 2 franchi.
- Indica con x la somma in euro da cambiare, con y la somma in franchi ottenuta e rispondi alle seguenti domande:
- Quale somma S in euro devi cambiare per ottenere la stessa somma in franchi dalle due banche?
 - Se cambi una somma inferiore a S , quale banca conviene di più?
 - Se cambi una somma superiore a S , quale banca conviene di più?
- Motiva le tue risposte con calcoli o con grafici.
49. Una soluzione A contiene lo 0,2% di acido e un'altra soluzione B contiene lo 0,35% dello stesso acido. Un chimico deve preparare 15 grammi di una soluzione che contiene lo 0,25% dello stesso acido. Quanti grammi di ciascuna soluzione deve mescolare?
50. La differenza di temperatura tra l'interno di una casa e l'esterno in primavera è di 10 gradi circa. Se oggi la temperatura interna è il doppio di quella esterna, qual è la temperatura in casa e fuori casa?
51. In un distributore automatico di bevande calde ci sono 100 cialde: quelle per il caffè sono da 7 g, mentre quelle per il tè sono da 4 g. Alla fine della giornata sono rimaste 23 cialde e sono stati consumati in totale 380 g di prodotti. Quante cialde di ciascun tipo sono state utilizzate?
52. Una miscela per dolci senza glutine si ottiene con due farine: la farina di riso costa € 1,40 al kilogrammo, mentre la farina di miglio costa € 0,70 al kilogrammo. Quali quantità delle due farine devi mescolare per ottenere 1 kg di miscela che costa € 0,91?