

La circonferenza. Esercizi.

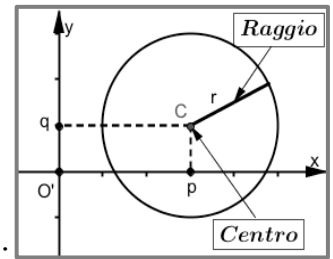
Dal grafico di una circonferenza alla sua equazione

Dato il centro $C(p, q)$ e il raggio r di una circonferenza, traccia il grafico con il compasso.

Scrivo l'equazione nella forma: $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$

Svolgo i calcoli indicati e arrivo a scrivere l'equazione nella forma:

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$



Esercizio guidato

1. La circonferenza ha centro $C(-2, 1)$ e raggio $r = 3$.

Risolvi i seguenti quesiti:

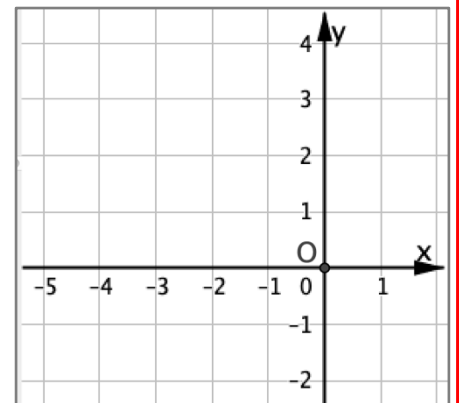
- Traccia qui a fianco il grafico della circonferenza.
- Scrivi l'equazione della circonferenza.

$$[x - (-2)]^2 + (y - \dots)^2 = \dots$$

Sviluppa i calcoli e ottieni:

$$x^2 + 4x + 4 + \dots = \dots \text{ da cui}$$

$$x^2 + y^2 \dots = 0$$



Negli esercizi da 2 a 12 è assegnato il centro C e il raggio r di circonferenze.

A partire da ogni centro C e raggio r , risolvi i seguenti quesiti:

- Traccia il grafico della circonferenza.
- Scrivi l'equazione della circonferenza.

- $C(1, 4)$ e $r = 3$, $C(-1, 4)$ e $r = 3$ $C(1, -4)$ e $r = 3$ $C(-1, -4)$ e $r = 3$
- $C(5, 3)$ e $r = 2$, $C(5, -3)$ e $r = 2$ $C(-5, -3)$ e $r = 2$ $C(-5, 3)$ e $r = 2$
- $C(0, 0)$ e $r = 1$, $C(0, 0)$ e $r = 2$ $C(0, 0)$ e $r = 4$ $C(-5, 3)$ e $r = \sqrt{2}$
- $C(0, 0)$ e $r = 1$, $C(0, 0)$ e $r = 2$ $C(0, 0)$ e $r = 4$ $C(-5, 3)$ e $r = \sqrt{2}$
- $C(1, 4)$ e $r = 3$, $C(-1, 4)$ e $r = 3$ $C(1, -4)$ e $r = 3$ $C(-1, -4)$ e $r = 3$
- $C(5, 3)$ e $r = 2$, $C(5, -3)$ e $r = 2$ $C(-5, -3)$ e $r = 2$ $C(-5, 3)$ e $r = 2$
- $C(0, 0)$ e $r = 1$, $C(0, 0)$ e $r = 2$ $C(0, 0)$ e $r = 4$ $C(0, 0)$ e $r = \sqrt{2}$
- $C(2, 0)$ e $r = 1$, $C(-3, 0)$ e $r = 2$ $C(1, 0)$ e $r = 2$ $C(-1, 0)$ e $r = \sqrt{3}$
Quale forma assume l'equazione di una circonferenza con centro C sull'asse x ?
- $C(0, 1)$ e $r = 2$, $C(0, -4)$ e $r = 1$ $C(0, 2)$ e $r = 3$ $C(0, -1)$ e $r = \sqrt{5}$
Quale forma assume l'equazione di una circonferenza con centro C sull'asse y ?
- $C(3, 4)$ e $r = 5$, $C(4, -3)$ e $r = 5$ $C(1, 1)$ e $r = \sqrt{2}$ $C(2, 1)$ e $r = \sqrt{5}$
Tutte le circonferenze passano per $O(0, 0)$? Sì No
Quale forma assume l'equazione di una circonferenza che passa per O ?
- $C\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ e $r = \frac{4}{3}$ $C\left(0, \frac{3}{4}\right)$ e $r = \frac{5}{4}$ $C\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ e $r = 2$ $C\left(1, \frac{2}{5}\right)$ e $r = 1$

Le equazioni hanno coefficienti frazionari. Moltiplica i due membri di ogni equazione per un numero, in modo da ottenere coefficienti interi.

Quale forma assume ogni equazione?

Dall'equazione al grafico di una circonferenza

Equazione nella forma $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$

Il grafico è una circonferenza con centro $C(p, q)$ e raggio r .

13. Completa i procedimenti per tracciare i grafici delle seguenti equazioni:

$$x^2 + y^2 = 9 \quad (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$$

Equazione	$x^2 + y^2 = 9$	$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$
Equazione del tipo	$x^2 + y^2 = r^2$ con $r^2 = \dots$ Centro Raggio $r = \sqrt{\dots} = \dots$	$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$ con $\begin{cases} p = \dots \\ q = \dots \\ r^2 = \dots \Rightarrow r = \dots \end{cases}$ Centro Raggio
Tracciare il grafico di una circonferenza il raggio r • Indico sul piano cartesiano il centro C . • Punto il compasso nel centro, con apertura r e traccio la circonferenza.		

Disegna le circonferenze con le equazioni assegnate negli esercizi da 14 a 20

14. $x^2 + y^2 = 16$ $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 16$ $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$

15. $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 = 9$ $x^2 + y^2 = 25$ $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 16$

16. $x^2 + (y - 2)^2 = 9$ $(x - 3)^2 + y^2 = 1$ $x^2 + y^2 = 4$

17. $(x + 5)^2 + y^2 = 4$ $x^2 + (y + 2)^2 = 16$ $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 = 9$

18. $x^2 + (y + 4)^2 = 3$ $(x + 1)^2 + y^2 = 2$ $x^2 + y^2 = 5$

19. $(x - 1)^2 + y^2 = 6$ $x^2 + (y - 2)^2 = 10$ $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 8$

20. $(x + 1)^2 + y^2 = 3$ $x^2 + (y + 2)^2 = 7$ $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$

21. Spiega perché nessuna delle seguenti equazioni ha come grafico una circonferenza.

a. $x^2 - y^2 = 16$ b. $x^2 + (y - 2)^2 = 0$ c. $(x - 3)^2 + y = 1$

d. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + 4 = 0$

Equazione nella forma

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \quad (1)$$

$$\text{con } \begin{cases} a = -2p \\ b = -2q \\ c = p^2 + q^2 - r^2 \end{cases} \quad (2)$$

22. Completa il procedimento per tracciare il grafico della seguente equazione:

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$$

Equazione	$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$
Equazione del tipo	$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ con $a = 4, b = \dots, c = \dots$ Per determinare p, q ed r $\begin{cases} -6 = -2p \\ \dots = -2q \\ \dots = p^2 + q^2 - r^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = \frac{-6}{-2} = 3 \\ q = \frac{\dots}{\dots} = \dots \\ r^2 = 3^2 + \dots = \dots \Rightarrow r = \dots \end{cases}$ Centro _____ Raggio _____
Per tracciare il grafico di una circonferenza il raggio r <ul style="list-style-type: none"> • Indico sul piano cartesiano il centro C. • Punto il compasso nel centro, con apertura r e traccio la circonferenza. 	

Disegna le circonferenze con le equazioni assegnate negli esercizi da 23 a 31

23. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 = 0$

$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 12 = 0$

24. $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$

$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$

25. $x^2 + y^2 - 3x - 4y = 0$

$x^2 + y^2 + 4x + 3y = 0$

26. $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$

$x^2 + y^2 + 10x + 16 = 0$

27. $x^2 + y^2 + 12y + 20 = 0$

$x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$

28. $x^2 + y^2 - 4x = 0$

$x^2 + y^2 + 2x = 0$

29. $x^2 + y^2 - 4y = 0$

$x^2 + y^2 + 8y = 0$

30. $x^2 + y^2 - 5 = 0$

$x^2 + y^2 - 3 = 0$

31. $x^2 + y^2 + x - 3y = 0$

$x^2 + y^2 - x + y = 0$

Esercizio guidato

32. $4x^2 + 4y^2 - 24x + 16y - 12 = 0$

Per seguire il procedimento guidato nell'esercizio 22, l'equazione deve essere scritta nella forma (1). Per ricondurre l'equazione data alla forma (1) basta dividere i due membri per 4. Ottieni:

$x^2 + y^2 - \dots = 0$ con centro \dots e raggio \dots

Disegna le circonferenze con le equazioni assegnate negli esercizi da 33 a 35

33. $4x^2 + 4y^2 + 4x - 8y - 4 = 0$ $3x^2 + 3y^2 - 6x + 9y + 3 = 0$

34. $2x^2 + 2y^2 + 8x + 2y + 4 = 0$ $4x^2 + 4y^2 - 1 = 0$

35. $5x^2 + 5y^2 + 20x - 30y + 16 = 0$ $2x^2 + 2y^2 - 8x + 6y = 0$

36. Spiega perché nessuna delle seguenti equazioni descrive una circonferenza.

a. $x^2 - y^2 + 2x - 4y = 0$ b. $x^2 + y^2 - 8xy - 1 = 0$

c. $4x^2 + y^2 + 12y + 20 = 0$ d. $x^2 + 3y^2 - 6y - 9 = 0$

37. Spiega perché nessuna delle seguenti equazioni descrive una circonferenza.

a. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0$ b. $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 10 = 0$

c. $x^2 + y^2 - 6xy - 2 = 0$ d. $x^2 - y^2 + 8x = 0$

Esamina le equazioni date negli esercizi da 38 a 40 e risolvi i seguenti quesiti:

I. scegli le equazioni che **non** rappresentano circonferenze e motiva la tua scelta;

II. traccia il grafico di ogni equazione che rappresenta una circonferenza.

38. $4x^2 + y^2 - 4x + 8y = 0$ $4x^2 + 4y^2 - 12 = 0$ $3x^2 - 3y^2 + 9x = 0$

39. $x^2 + y^2 - x + 9y + 2 = 0$ $x^2 + y^2 - 4xy = 0$ $x^2 + 2y^2 - 4y = 0$

40. $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 10 = 0$ $5x^2 - y^2 - 8x = 0$ $5x^2 + 5y^2 - 10y = 0$

Problemi su equazione e grafico di una circonferenza

Esercizio guidato

41. Disegna la circonferenza che ha centro O (0, 0) e passa per A (-3, 4).

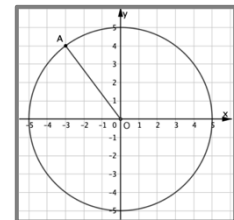
Scrivi l'equazione della circonferenza.

Il raggio r della circonferenza è dato da:

$$r = \overline{OA} = \sqrt{(0 + 3)^2 + \dots\dots\dots} = \sqrt{\dots\dots\dots} = 5$$

L'equazione della circonferenza è:

.....= 25



Traccia il grafico e scrivi le equazioni delle circonferenze date negli esercizi 42 - 45.

42. La circonferenza ha centro C (3, -4) e passa per O (0, 0).

43. La circonferenza ha centro C (-3, 6) e passa per A (-6, 10).

44. La circonferenza ha centro C (0, 2) e passa per A (4, 2).

45. La circonferenza ha centro C (-4, 0) e passa per A (2, 0).

Esercizio guidato

46. Disegna la circonferenza con diametro il segmento di estremi A (0, 8) e B (6, 0). Scrivi l'equazione della circonferenza.

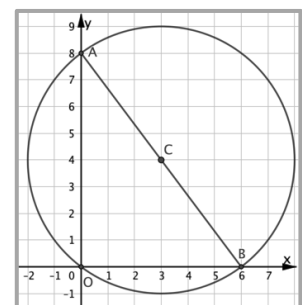
Il centro C della circonferenza è il punto medio di AB, con:

$$x_C = \frac{0 + 6}{2} = \dots\dots, \quad y_C = \frac{\dots\dots}{2} = \dots\dots$$

$$\text{Raggio } r = \overline{AC} = \sqrt{\dots\dots\dots} = \sqrt{\dots\dots\dots} = 5$$

L'equazione della circonferenza è:

.....= 25



Traccia il grafico e scrivi le equazioni delle circonferenze assegnate negli esercizi da 47 a 50.

47. La circonferenza ha come diametro il segmento di estremi A (-3, 7) e B (1, 5).

48. La circonferenza ha come diametro il segmento di estremi A (-1, 3) e B (-9, -3).

49. La circonferenza ha come diametro il segmento di estremi A (2, 4) e B (-2, 6).

50. La circonferenza ha come diametro il segmento di estremi A (4, 0) e B (0, -6).

Esercizio svolto

51. Fra le circonferenze che hanno le equazioni seguenti scegli quella che passa per A(0, -2). Motiva la tua scelta.

a. $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 8 = 0$ b. $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$

a. Sostituisco le coordinate di A (0, -2) ad x ed y nell'equazione; ottengo:

$$0^2 + (-2)^2 + 4 \cdot 0 - 2(-2) - 8 = 0 \Rightarrow \mathbf{0 = 0} \text{ uguaglianza vera.}$$

Perciò la circonferenza passa per A, cioè A appartiene alla circonferenza.

b. Sostituisco le coordinate di A (0, -2) ad x ed y nell'equazione; ottengo:

$$0^2 + (-2)^2 + 2 \cdot 0 - 4(-2) - 8 = 0 \Rightarrow \mathbf{4 = 0} \text{ uguaglianza falsa.}$$

Perciò la circonferenza **non** passa per A, cioè A **non** appartiene alla circonferenza

52. Fra le circonferenze che hanno le equazioni seguenti scegli quelle che passano per A (2, 0). Motiva la tua scelta.

a. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ b. $x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0$

c. $x^2 + y^2 - 5 = 0$ d. $x^2 + y^2 + 2y - 4 = 0$

53. Fra le circonferenze che hanno le equazioni seguenti scegli quelle che passano per A (-1, 3). Motiva la tua scelta.

a. $x^2 + y^2 + 10x = 0$ b. $x^2 + y^2 - 3y - 1 = 0$

c. $x^2 + y^2 - 9 = 0$ d. $x^2 + y^2 + 2x - 9 = 0$

54. Fra i punti seguenti scegli quelli appartengono alla circonferenza con equazione $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 9 = 0$. Motiva la tua scelta.

A (1, 2) B (0, -1) C (8, 0) D (0, 1)

55. Fra i punti seguenti scegli quelli appartengono alla circonferenza con equazione $x^2 + y^2 - 4x - 5y + 4 = 0$. Motiva la tua scelta.

A (2, 0) B (4, -1) C (0, 1) D (3, -5)

56. Fra i punti seguenti scegli quelli appartengono alla circonferenza con equazione $x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0$. Motiva la tua scelta.

A (-1, 0) B (2, 1) C (0, 8) D (1, 0)

57. Fra i punti seguenti scegli quelli appartengono alla circonferenza con equazione $x^2 + y^2 + 5x + 4y + 4 = 0$. Motiva la tua scelta.

A (0, -2) B (-1, -4) C (-1, 0) D (5, -3)

Quesiti a risposta multipla su equazione e grafico di una circonferenza

58. Qual è l'equazione della circonferenza con centro C (3, 4) e raggio 5?

A. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$

B. $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 5$

C. $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$

D. $(x + 4)^2 + (y + 3)^2 = 25$

59. L'equazione di una circonferenza è $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$. Quale punto è il centro della circonferenza?

A (2, 1)

B (-2, -1)

C (2, -1)

D (-2, 1)

60. Il raggio di una circonferenza è 6 e il suo centro è nell'origine O. Qual è l'equazione della circonferenza?

A. $x^2 + y^2 = 6$

B. $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 = 0$

C. $(x + 6)^2 + (y + 6)^2 = 0$

D. $x^2 + y^2 = 36$

61. L'equazione della circonferenza è $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$, qual è il raggio r ?

A. $r = 2$

B. $r = 3$

C. $r = 9$

D. $r = 1$

62. Il raggio di una circonferenza è 6 e il suo centro è C (2, -3). Qual è l'equazione della circonferenza?

A. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 23 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 23 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 23 = 0$

D. $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 23 = 0$

63. Una circonferenza ha centro C (4, -2) e passa per il punto P (-1, 3). Qual è l'equazione della circonferenza?

A. $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 30 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 30 = 0$

C. $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 30 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 30 = 0$

64. Quale fra le seguenti equazioni descrive una circonferenza?

A. $2x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 6xy = 0$

C. $x^2 - y^2 - 9 = 0$

D. $2x^2 + 2y^2 - 4x - 8 = 0$

65. Quale fra le seguenti equazioni **non** descrive una circonferenza?

A. $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 5 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0$

D. $3x^2 + 3y^2 - 6y - 24 = 0$

66. Quale fra le circonferenze che hanno le equazioni seguenti passa per A (3, -1)?

A. $x^2 + y^2 - 3x + 1 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 10y = 0$

C. $x^2 + y^2 - 9 = 0$

D. $x^2 + y^2 + 2y - 9 = 0$

67. Quale fra i punti seguenti appartiene alla circonferenza che ha equazione $x^2 + y^2 - 5x + 4y + 4 = 0$?

A (1, 0)

B (4, 1)

C (0, -1)

D (3, 5)