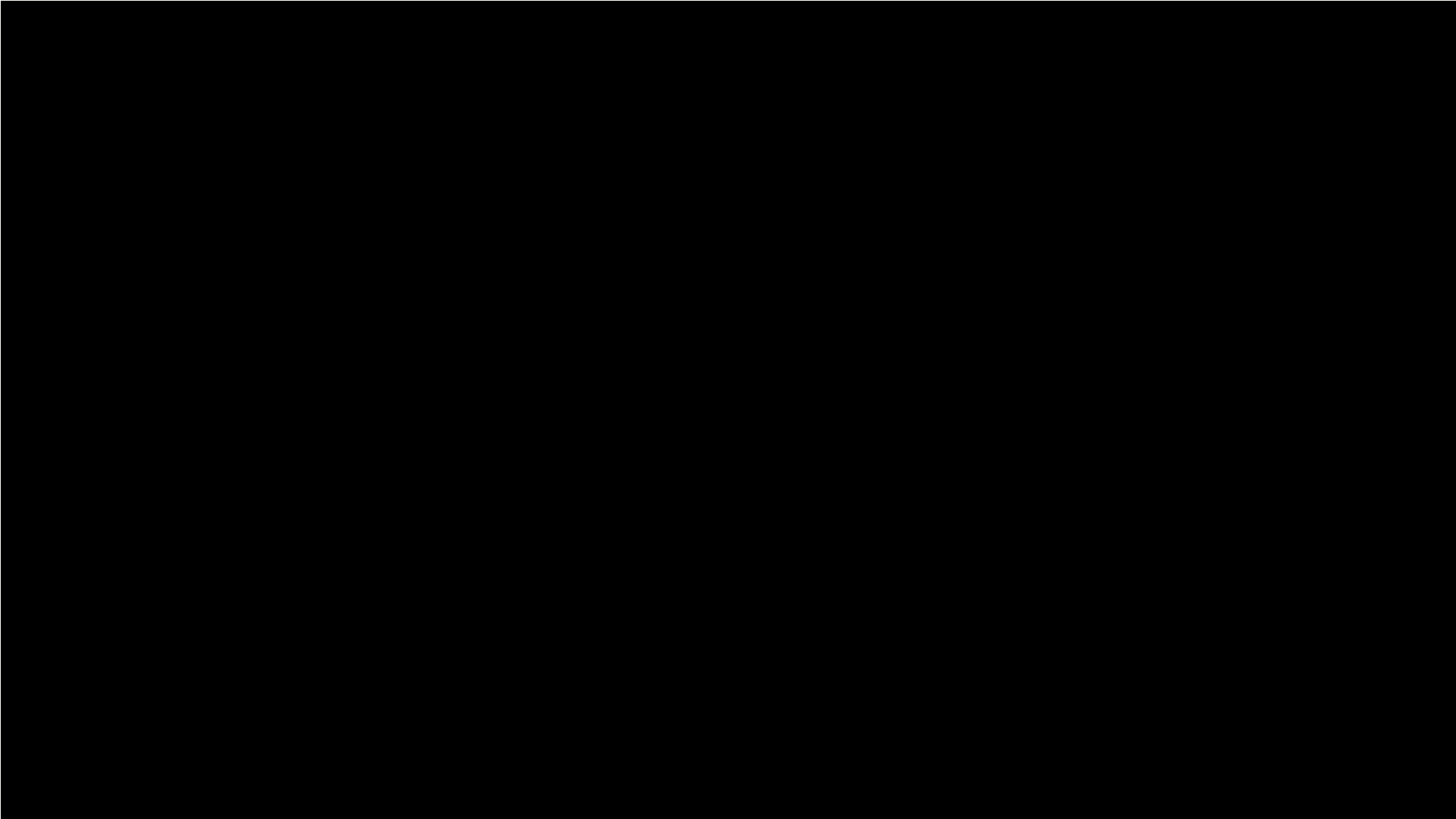


La parabola con vertice $O(0,0)$ come luogo di punti

Fiamma Olimpica accesa in Grecia, a Olimpia, per dare inizio alle Olimpiadi



Parabola e specchio parabolico

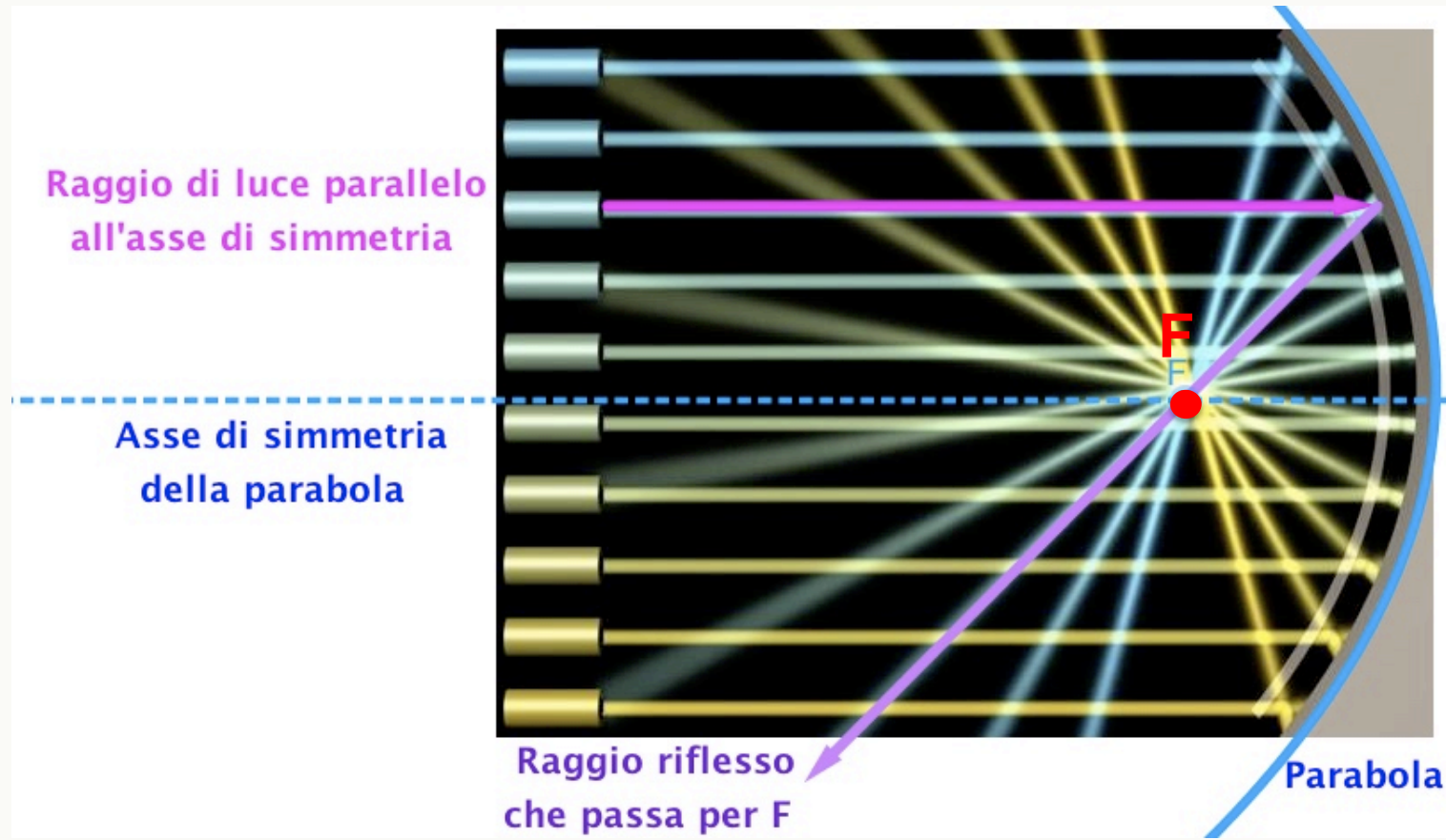
Il video mostra la torcia olimpica accesa dalla luce del Sole.



**Specchio
parabolico**

La cerimonia riprende oggi storia e leggende degli antichi Greci, che conoscevano parabola e specchi parabolici.

Specchio parabolico e suo fuoco F



Ogni raggio di luce parallelo all'asse di simmetria incontra lo specchio parabolico e viene riflesso in un raggio che passa per **F. Così tutti i raggi riflessi concentrano luce e calore in **F**, dove si accende il fuoco. Perciò il punto **F** prende il nome di **FUOCO****

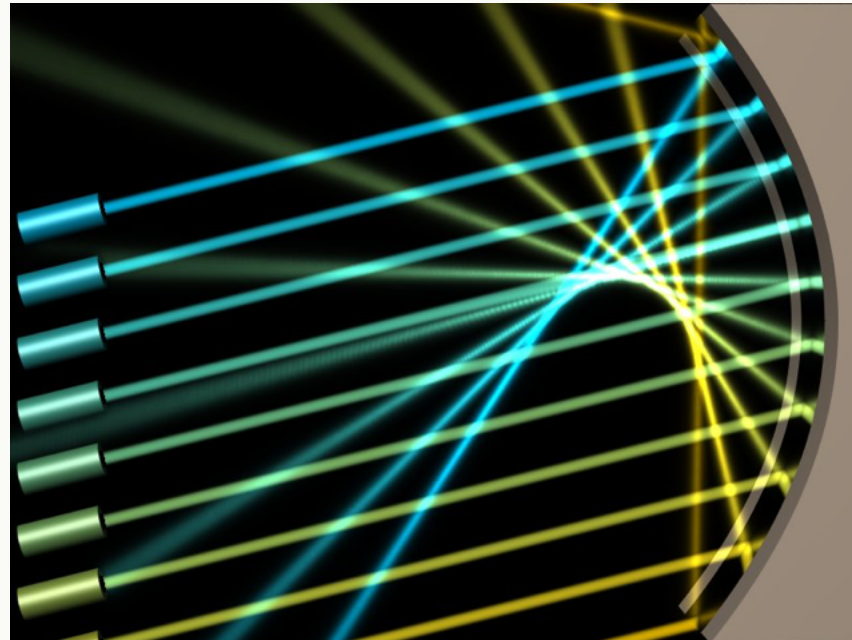
Specchio parabolico e suo fuoco F

Ma attenzione!

Specchio e torcia debbono essere in una posizione particolare:

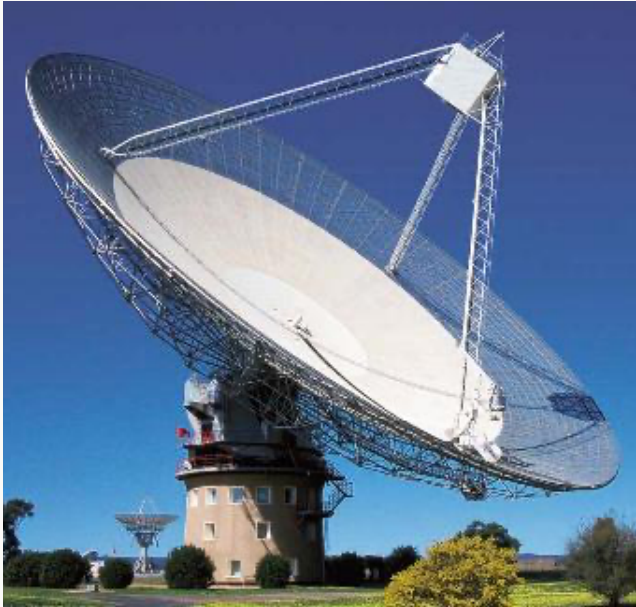
- i raggi del Sole debbono essere paralleli all'asse di simmetria dello specchio;
- la torcia deve essere nel fuoco F.

Ecco che cosa succede se i raggi di luce **non sono paralleli all'asse di simmetria: i raggi riflessi **non** si concentrano in un punto.**

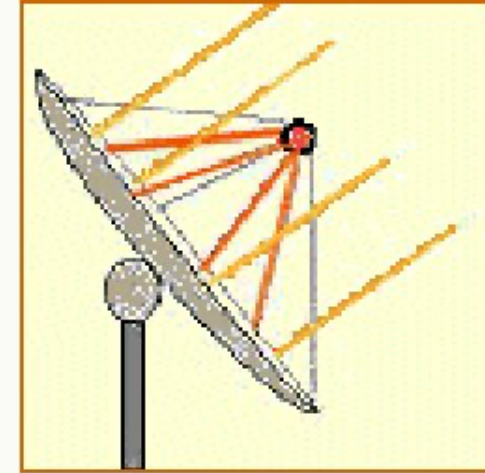


Il fuoco della parabola nella realtà e nelle scienze

RADIOTELESCOPIO



ANTENNA PARABOLICA



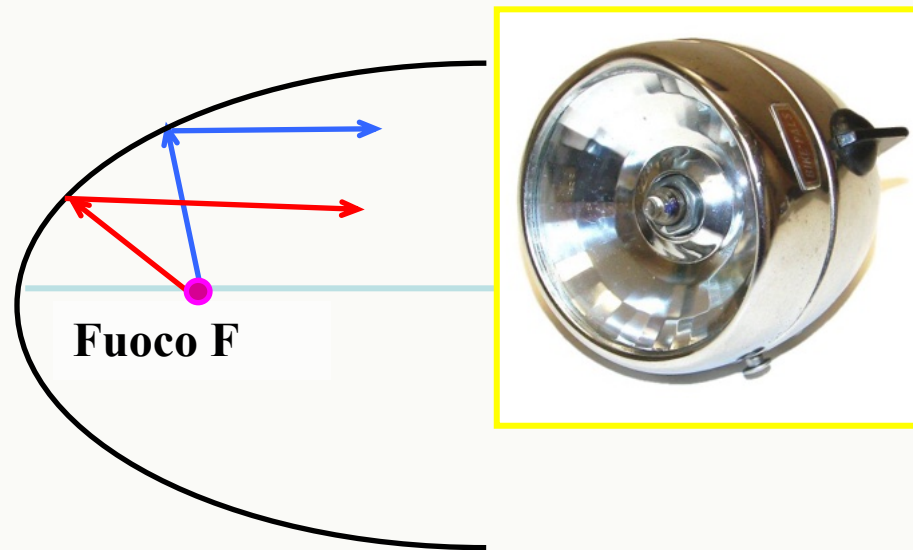
I grandi *radiotelescopi* e le *antenne paraboliche* per ricevere le trasmissioni televisive dai satelliti agiscono secondo uno stesso principio: i segnali provengono da grande distanza, perciò sono praticamente raggi paralleli, rimbalzano sull'antenna e vengono concentrati sul ricevitore posto nel suo fuoco. Così l'antenna 'condensa' segnali anche molto deboli.

Fuoco della parabola nella realtà e nelle scienze

I fari

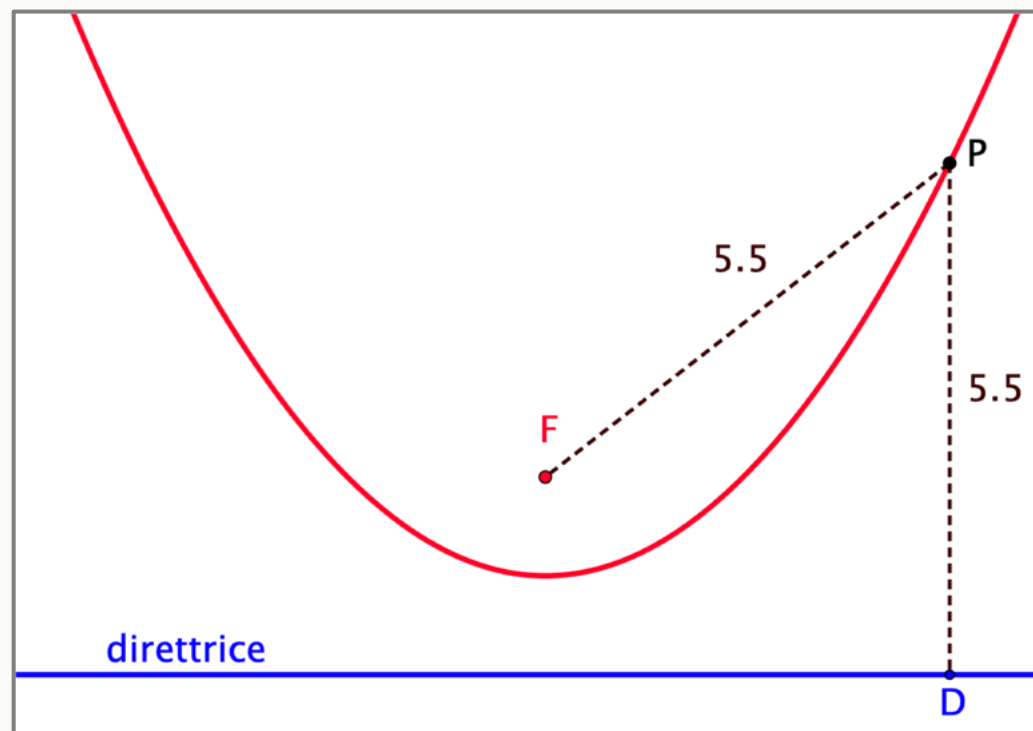


I fari utilizzano lo stesso principio in verso opposto: i raggi che provengono dal fuoco colpiscono la parabola e sono riflessi in direzione parallela all'asse di simmetria.



In matematica: parabola, fuoco e direttrice

La parabola è il luogo dei punti del piano equidistanti da un punto fisso **F**, detto **fuoco**, e da una retta fissa **d**, detta **direttrice**.

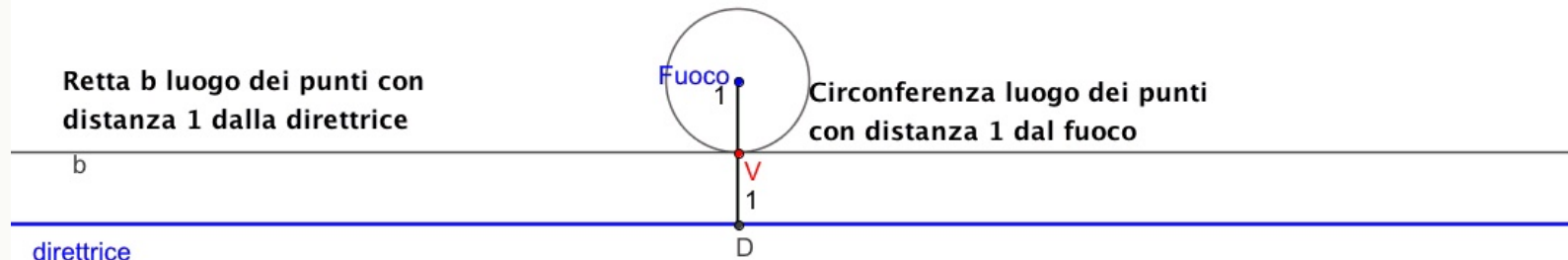


Ma senza equazione e senza piano cartesiano come ho disegnato la parabola?

Disegno una parabola con riga e compasso

Gli antichi greci costruivano parabole solo con riga e compasso. Ecco una prima costruzione.

LA PARABOLA E' IL LUOGO DEI PUNTI EQUIDISTANTI DA FUOCO E DIRETTRICE

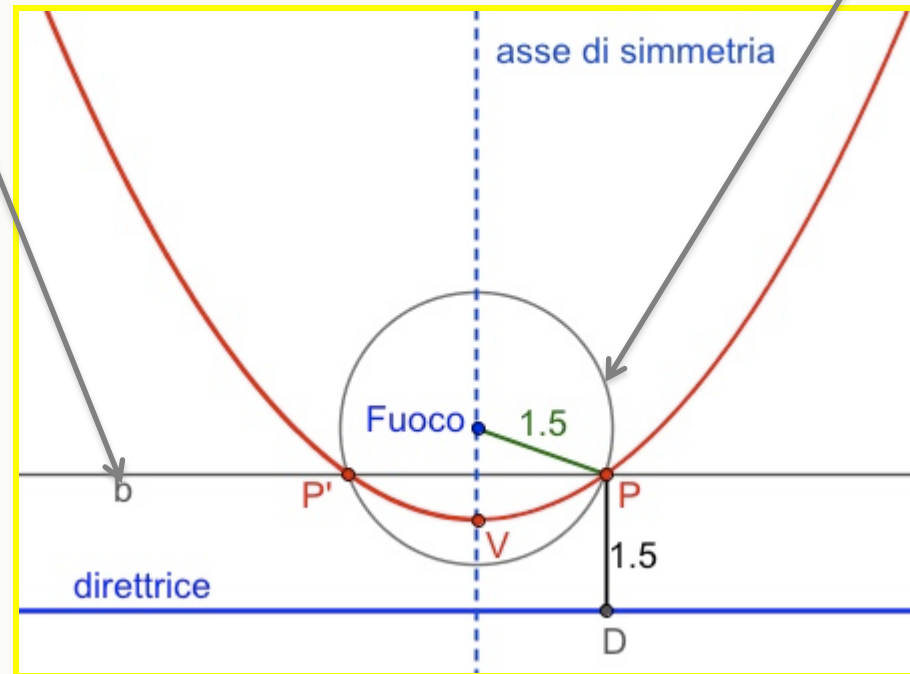


**P e P' hanno distanza 1
dal fuoco E dalla direttrice**

Osservo la costruzione

Retta b parallela alla direttrice: è il luogo dei punti che hanno distanza 1,5 dalla direttrice.

Circonferenza con centro il fuoco: è il luogo dei punti che hanno distanza 1,5 dal fuoco.

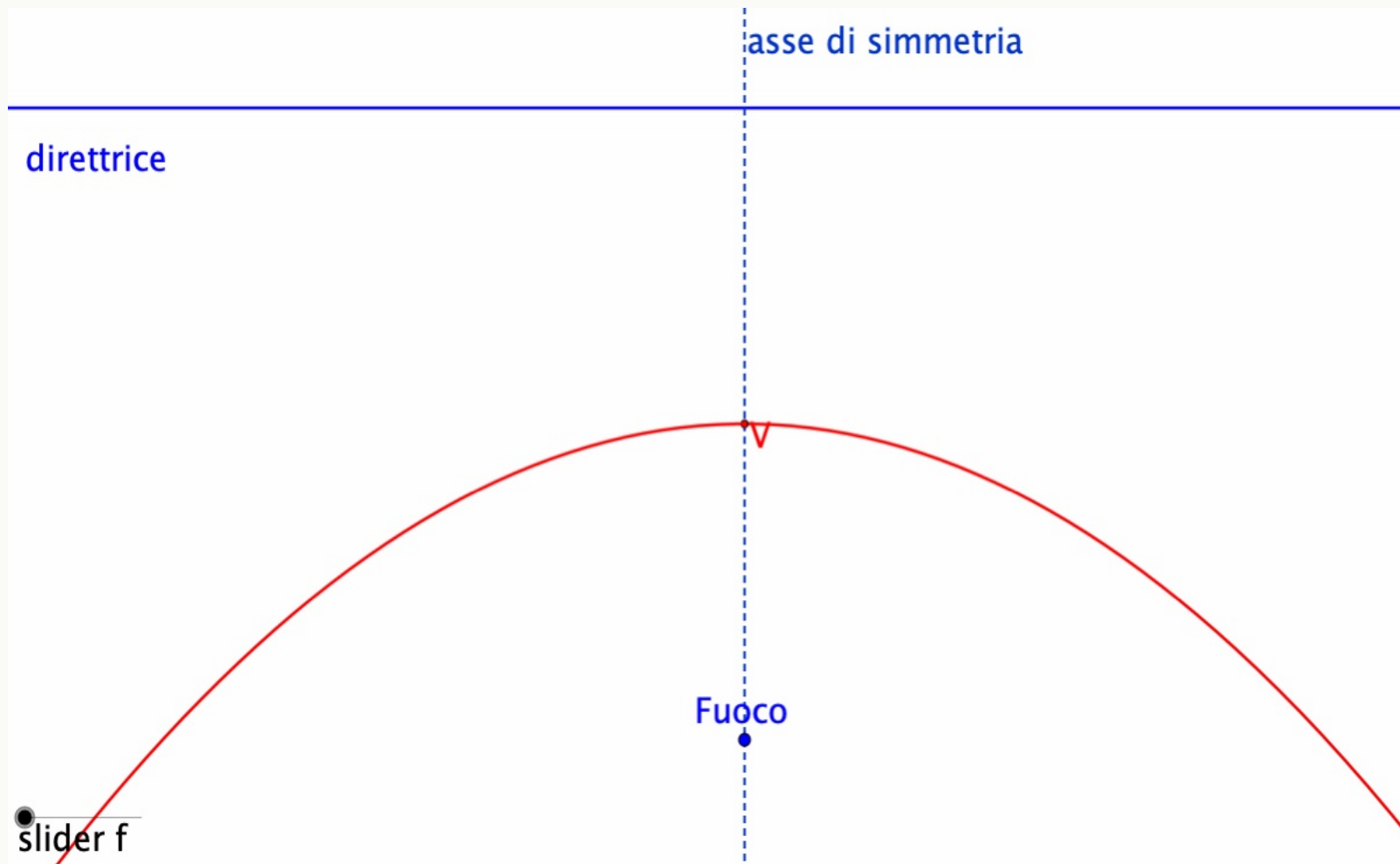


P e P' hanno distanza 1,5 dal fuoco e dalla direttrice.

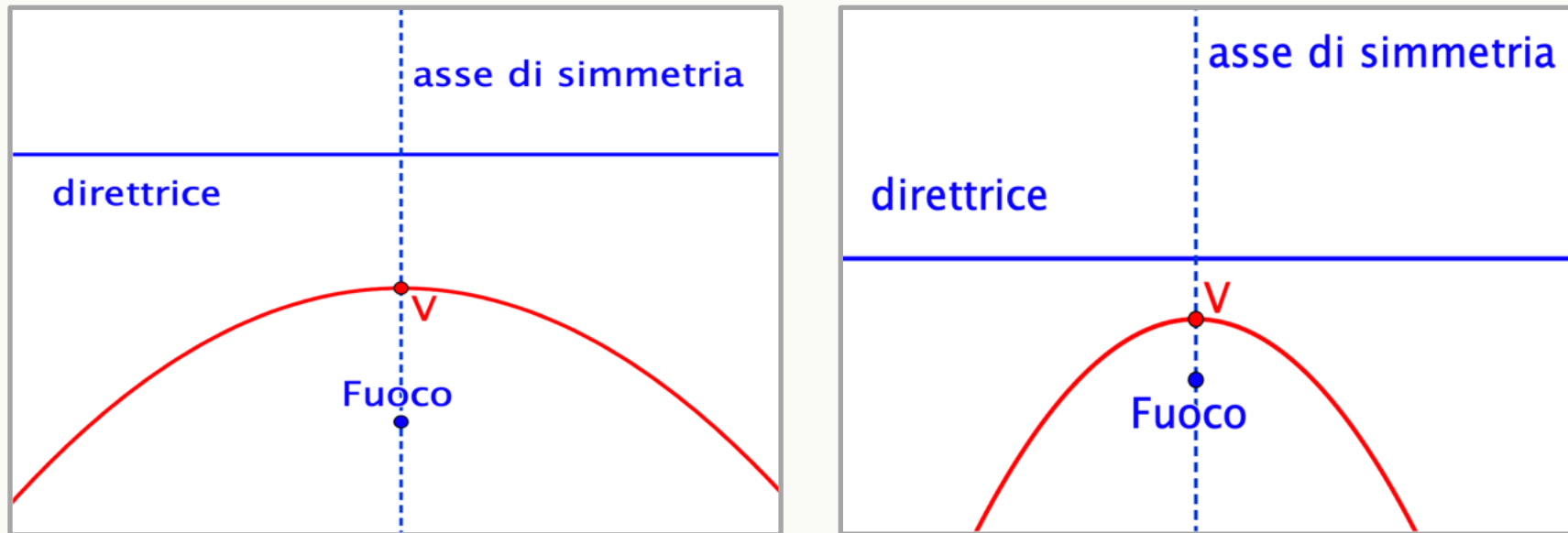
Varia la retta b e i punti P e P' descrivono la parabola che ha:

- direttrice e fuoco assegnati;
- asse di simmetria passante per il fuoco e perpendicolare alla direttrice;
- vertice V .

Fuoco e direttrice collegati alla forma della parabola



Fuoco e direttrice collegati alla forma della parabola



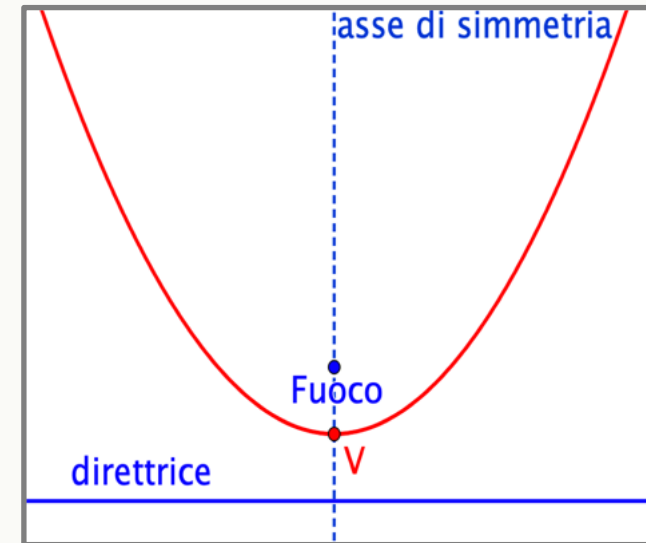
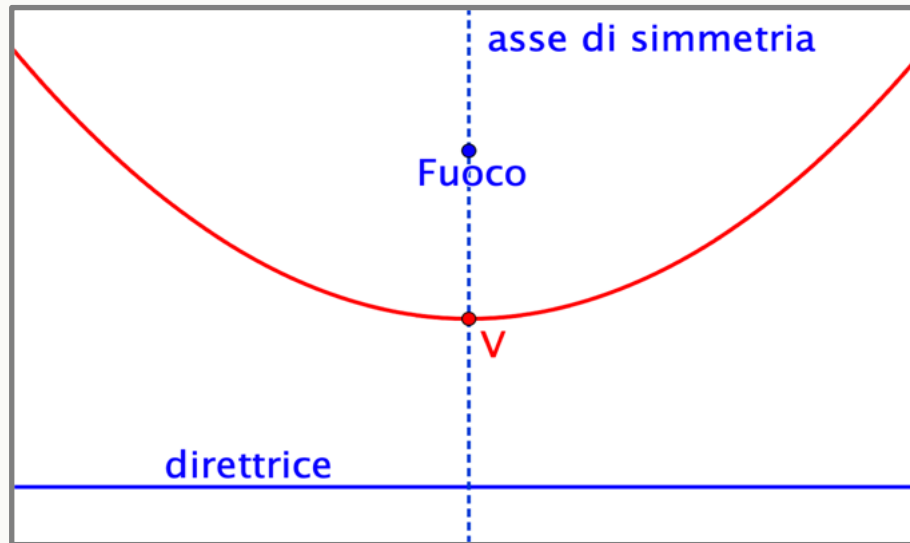
La parabola rivolge la concavità verso il fuoco.

La parabola rivolge la **concavità verso il basso**, solo **se il fuoco è sotto la direttrice**.

Se il fuoco si allontana dal vertice, la parabola diventa 'più larga'.

Se il fuoco si avvicina al vertice, la parabola diventa 'più stretta'.

Fuoco e direttrice collegati alla forma della parabola



La parabola rivolge la concavità verso il fuoco.

La parabola rivolge la **concavità verso l'alto** solo **se il fuoco è sopra la direttrice**.

Se il fuoco si allontana dal vertice, la parabola diventa 'più larga'.

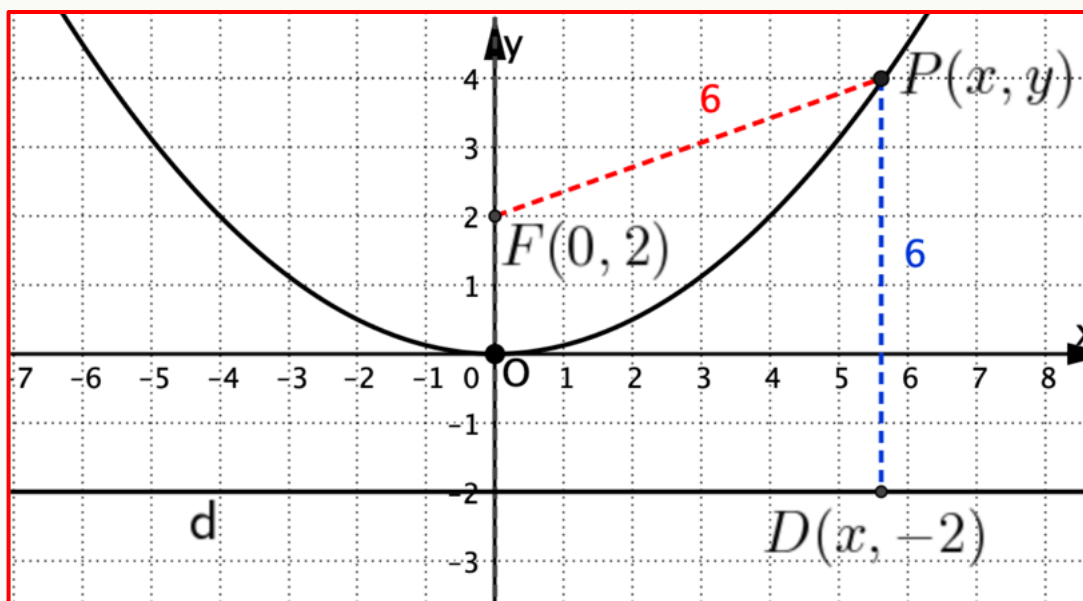
Se il fuoco si avvicina al vertice, la parabola diventa 'più stretta'.

Equazione cartesiana della parabola come luogo di punti

Fuoco e direttrice sono anche elementi fondamentali per scrivere l'equazione cartesiana di una parabola.

L'equazione traduce in formule la frase:

«la parabola è il luogo dei punti P , che hanno la stessa distanza dal fuoco F e dalla direttrice d »

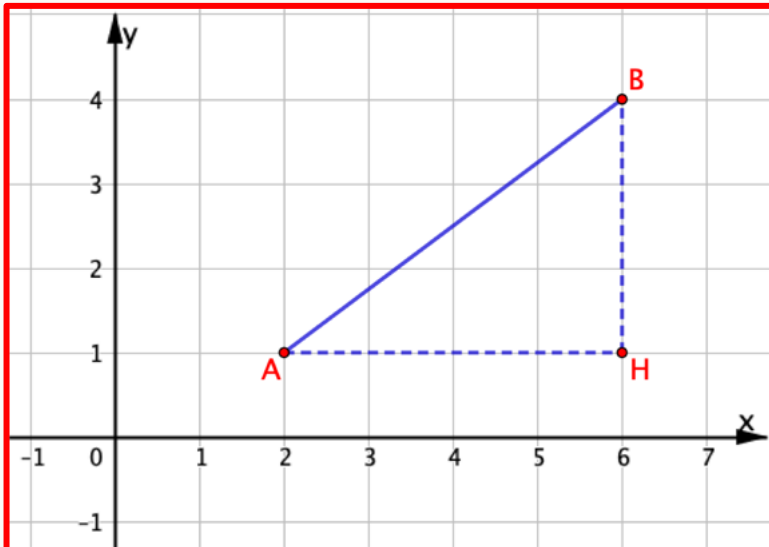


$P(x, y)$ percorre la parabola solo se vale l'uguaglianza
 $PF = PD$

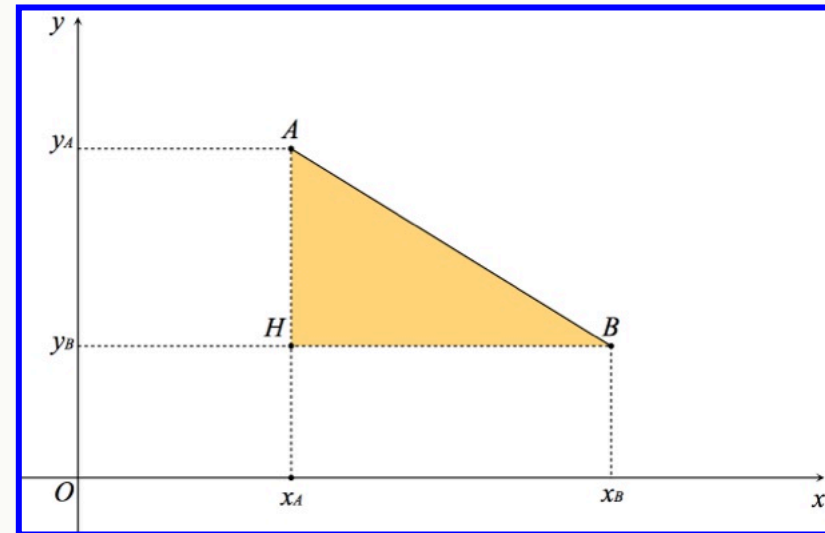
Distanza fra
due punti

Ricordo come calcolare la distanza fra due punti nel piano cartesiano

Il procedimento è basato sul teorema di Pitagora



$$\overline{AB} = \sqrt{(6 - 2)^2 + (4 - 1)^2}$$



$$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Regola generale: la formula vale quando al posto di (x_A, y_A) e (x_B, y_B) sostituisco due coppie di numeri reali.

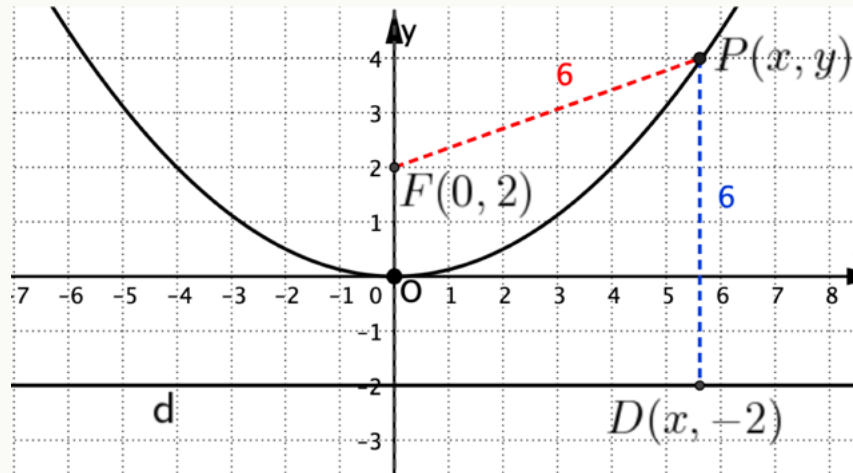
Attività

Equazione cartesiana della parabola

Completa la scheda di lavoro per arrivare a scrivere l'equazione cartesiana della parabola con vertice $O(0, 0)$ e direttrice parallela all'asse x .

Che cosa hai ottenuto

Equazione cartesiana della parabola



**$P(x, y)$ percorre la parabola
solo se vale l'uguaglianza
 $PF = PD$**

$$\overline{PF} = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{x^2 + (y - 2)^2}$$
$$\overline{PD} = \sqrt{(x - x)^2 + [y - (-2)]^2} = \sqrt{(y + 2)^2}$$

Per agevolare i calcoli uguaglio le distanze al quadrato

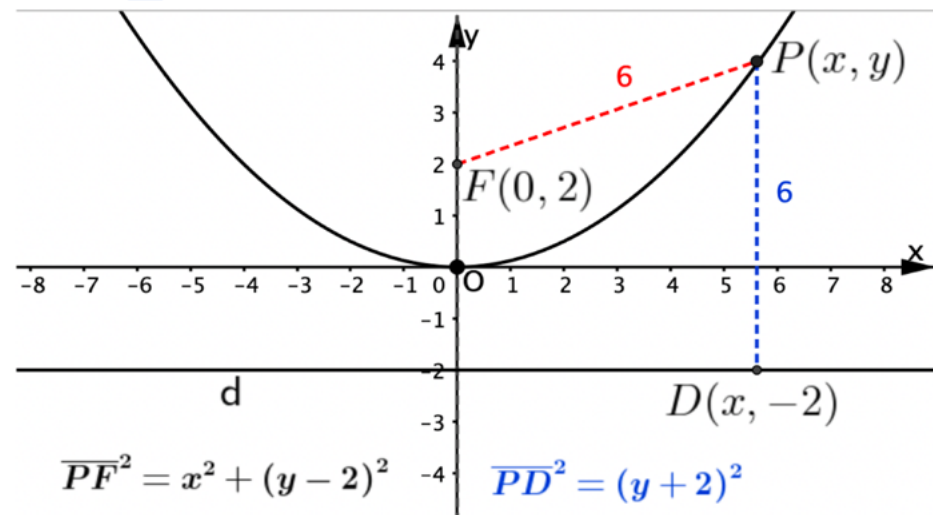
$$PF^2 = PD^2$$

$$x^2 + (y - 2)^2 = (y + 2)^2$$

Equazione cartesiana della parabola con vertice $V(0, 0)$ e direttrice parallela all'asse x

ESEMPIO NUMERICO

Fuoco $F(0; 2)$, equazione della direttrice $d: y = -2$



$P(x, y)$ percorre la parabola solo se risulta:

$$PF^2 = PD^2 \Rightarrow x^2 + (y - 2)^2 = (y + 2)^2$$

Sviluppo i quadrati e semplifico:

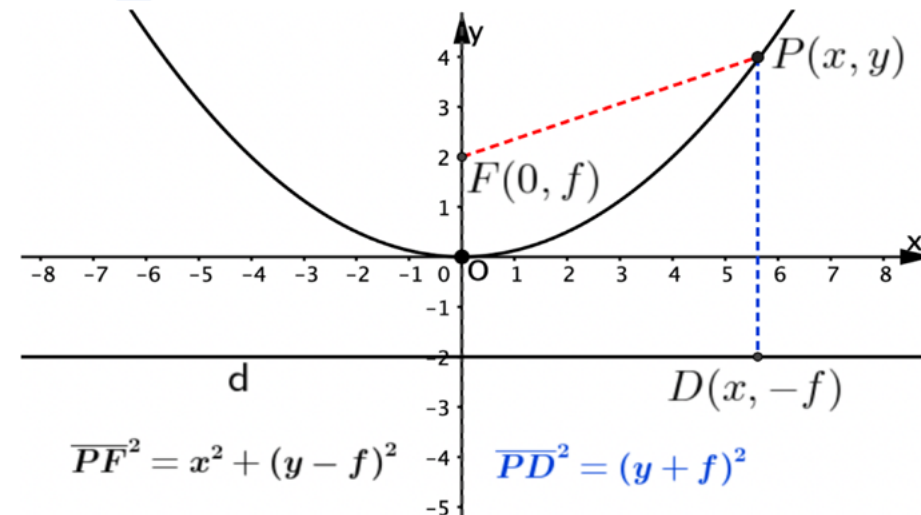
$$x^2 + \cancel{y^2} - 4y + \cancel{4} = \cancel{y^2} + 4y + \cancel{4} \Rightarrow x^2 = 8y$$

Esplicito y . Ottengo l'equazione:

$$y = \frac{1}{8}x^2$$

CASO GENERALE

Fuoco $F(0; f)$, equazione della direttrice $d: y = -f$



$P(x, y)$ percorre la parabola solo se risulta:

$$PF^2 = PD^2 \Rightarrow x^2 + (y - f)^2 = (y + f)^2$$

Sviluppo i quadrati e semplifico:

$$x^2 + \cancel{y^2} - 2fy + \cancel{f^2} = \cancel{y^2} + 2fy + \cancel{f^2} \Rightarrow x^2 = 4fy$$

Esplicito y . Ottengo un'equazione del tipo:

$$y = ax^2 \text{ con } a = \frac{1}{4f}$$

Equazione cartesiana della parabola con vertice $V(0, 0)$ e direttrice parallela all'asse x

Una parabola con:

- fuoco $F(0, f)$;
- vertice $O(0, 0)$;
- direttrice parallela all'asse x

ha equazione

$$y = ax^2 \quad \text{con} \quad a = \frac{1}{4f}$$

