

Parabola con vertice O e direttrice parallela all'asse x come luogo di punti.
Esercizi

Riconoscere un'equazione del tipo $y = ax^2$

1. Completa le seguenti affermazioni per scegliere fra le equazioni date quelle del tipo $y = ax^2$ e motivare la scelta.

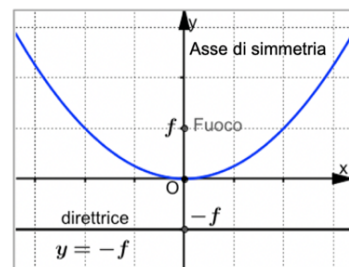
- $y = -3x$
 - è del tipo $y = ax^2$ con $a = \dots$
 - non è del tipo $y = ax^2$ perché x non è elevata ad esponente 2.
- $y = -x^2$
 - è del tipo $y = ax^2$ con $a = -1$
 - non è del tipo $y = ax^2$ perché
- $y = -\frac{2}{3}x^2$
 - è del tipo $y = ax^2$ con $a = \dots\dots\dots$
 - non è del tipo $y = ax^2$ perché
- $y = \frac{2}{3x^2}$
 - è del tipo $y = ax^2$ con $a = \dots\dots\dots$
 - non è del tipo $y = ax^2$ perché ...
- $y^2 = -\frac{3}{4}x^2$
 - è del tipo $y = ax^2$ con $a = \dots\dots\dots$
 - non è del tipo $y = ax^2$ perché
- $y = \frac{1}{2}x^2$
 - è del tipo $y = ax^2$ con $a = \dots\dots\dots$
 - non è del tipo $y = ax^2$ perché ...
- $y = 4x^3$
 - è del tipo $y = ax^2$ con $a = \dots\dots\dots$
 - non è del tipo $y = ax^2$ perché ...

Dato il fuoco o la direttrice, riconoscere l'equazione del tipo $y = ax^2$.

Per risolvere gli esercizi da 2 a 7 ricorda:

una parabola con fuoco $F(0, f)$ e direttrice di equazione $y = -f$ ha

un'equazione del tipo $y = ax^2$ con $a = \frac{1}{4f}$



2. Una parabola ha equazione del tipo $y = ax^2$ e fuoco $F(0, -4)$. Scegli qui sotto l'equazione della parabola.

A. $y = -\frac{1}{4}x^2$ B. $y = \frac{1}{4}x^2$ C. $y = -\frac{1}{16}x^2$ D. $y = -\frac{1}{8}x^2$

3. Una parabola ha equazione del tipo $y = ax^2$ e direttrice di equazione $y = 3$. Scegli qui sotto l'equazione della parabola.

A. $y = -\frac{1}{12}x^2$ B. $y = \frac{1}{12}x^2$ C. $y = -\frac{1}{3}x^2$ D. $y = 3x^2$

4. Una parabola ha equazione del tipo $y = ax^2$ e fuoco $F(0, 2)$. Scegli qui sotto l'equazione della parabola.

A. $y = \frac{1}{6}x^2$ B. $y = \frac{1}{2}x^2$ C. $y = -\frac{1}{8}x^2$ D. $y = \frac{1}{8}x^2$

5. Una parabola ha equazione del tipo $y = ax^2$ e direttrice di equazione $y = \frac{3}{2}$. Scegli qui sotto l'equazione della parabola.

A. $y = -\frac{1}{6}x^2$ B. $y = \frac{1}{6}x^2$ C. $y = \frac{3}{2}x^2$ D. $y = -3x^2$

6. Una parabola ha equazione del tipo $y = ax^2$ e fuoco $F\left(0, -\frac{5}{4}\right)$. Scegli qui sotto l'equazione della parabola.

A. $y = \frac{1}{5}x^2$ B. $y = -\frac{1}{5}x^2$ C. $y = \frac{20}{4}x^2$ D. $y = -\frac{5}{4}x^2$

7. Una parabola ha equazione del tipo $y = ax^2$ e direttrice di equazione $y = \frac{3}{8}$. Scegli qui sotto l'equazione della parabola.

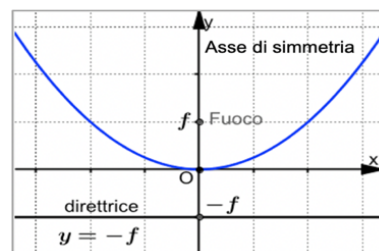
A. $y = \frac{3}{2}x^2$ B. $y = \frac{2}{3}x^2$ C. $y = -\frac{2}{3}x^2$ D. $y = -\frac{3}{2}x^2$

Data l'equazione del tipo $y = ax^2$, riconoscere il fuoco o la direttrice

Una parabola con equazione del tipo $y = ax^2$ con $a = \frac{1}{4f}$

ha fuoco $F(0, f)$, direttrice con equazione $y = -f$

Per risolvere gli esercizi da 8 a 13 nella formula $a = \frac{1}{4f}$ è dato a e bisogna ricavare f . Ottieni: $f = \frac{1}{4a}$.



8. Una parabola ha equazione $y = \frac{3}{4}x^2$. Scegli qui sotto la sua direttrice.

- A. $y = \frac{1}{3}$ B. $y = -\frac{3}{4}$ C. $y = 3$ D. $y = -\frac{1}{3}$

9. Una parabola ha equazione $y = -\frac{5}{2}x^2$. Scegli qui sotto il suo fuoco.

- A. $F(0, -10)$ B. $F\left(0, -\frac{1}{10}\right)$ C. $F\left(0, \frac{1}{10}\right)$ D. $F(-10, 0)$

10. Una parabola ha equazione $y = \frac{5}{8}x^2$. Scegli qui sotto la sua direttrice.

- A. $x = \frac{5}{2}$ B. $y = -\frac{5}{2}$ C. $y = -\frac{2}{5}$ D. $y = \frac{2}{5}$

11. Una parabola ha equazione $y = -5x^2$. Scegli qui sotto il suo fuoco.

- A. $F\left(0, -\frac{1}{20}\right)$ B. $F\left(0, \frac{1}{20}\right)$ C. $F(0, 20)$ D. $F(-20, 0)$

12. Una parabola ha equazione $y = \frac{1}{3}x^2$. Scegli qui sotto la sua direttrice.

- A. $y = \frac{4}{3}$ B. $y = -\frac{4}{3}$ C. $y = \frac{1}{12}$ D. $y = -\frac{3}{4}$

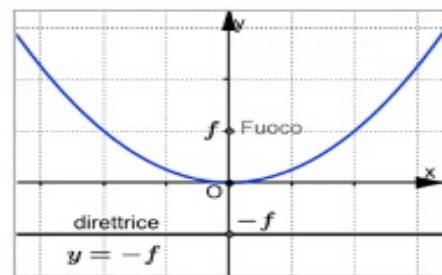
13. Una parabola ha equazione $y = \frac{3}{16}x^2$. Scegli qui sotto il suo fuoco.

- A. $F\left(0, -\frac{4}{3}\right)$ B. $F\left(0, \frac{4}{3}\right)$ C. $F\left(0, \frac{3}{4}\right)$ D. $F\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$

Disegnare con riga e compasso parabole con equazioni del tipo $y = ax^2$

Gli esercizi da 14 a 19 chiedono di tracciare il grafico di una parabola, a partire dalla sua equazione. Per risolvere gli esercizi bisogna ricordare che le parabole considerate hanno:

- l'equazione del tipo $y = ax^2$ con $a = \frac{1}{4f}$
- il vertice $V \equiv O(0, 0)$
- il fuoco nel punto $F(0, f)$,
- la direttrice d'equazione $y = -f$,



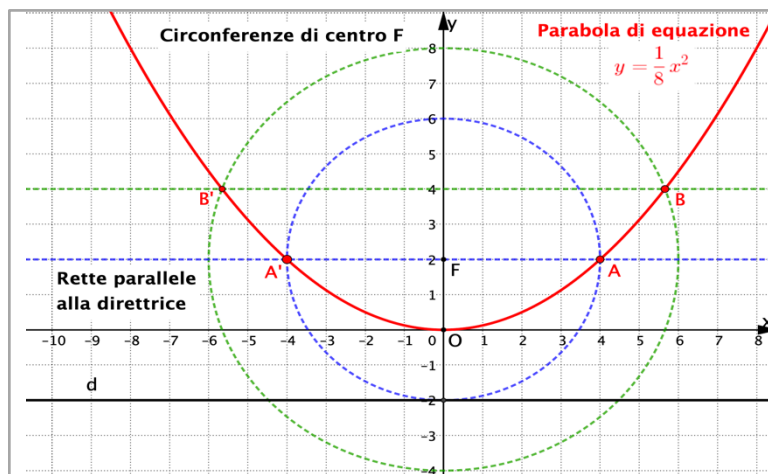
ESERCIZIO SVOLTO

14. È data la parabola di equazione $y = \frac{1}{8}x^2$. Rispondi ai seguenti quesiti:

- Scrivi le coordinate del fuoco F e l'equazione della direttrice d .
- Rappresenta sul piano cartesiano la parabola, la direttrice e il fuoco.

Procedimenti

- Da $\frac{1}{8} = \frac{1}{4f}$ ricavo $4f = 8$ e quindi $f = 2$ perciò il fuoco F ha le coordinate $F(0, 2)$ e la direttrice ha equazione $y = -2$.
- Nel grafico qui sotto i punti della parabola A e A' sono ottenuti come intersezione di:
 - retta blu, formata da punti che hanno distanza 4 dalla direttrice d ;
 - circonferenza blu, formata da punti che hanno distanza 4 dal fuoco F .
 Perciò A e A' hanno distanza 4 dal fuoco e dalla direttrice. Analoga costruzione per B e B' .



A partire da ognuna delle equazioni assegnate negli esercizi da 15 a 19 rispondi ai seguenti quesiti:

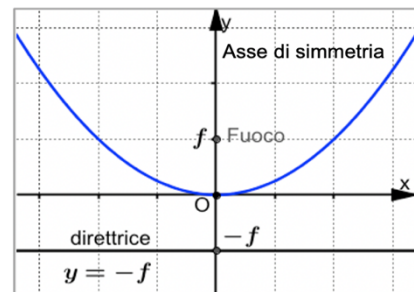
- Scrivi le coordinate del fuoco F e l'equazione della direttrice d .
- Rappresenta sul piano cartesiano la direttrice e il fuoco.
- Rappresenta la parabola sullo stesso piano cartesiano con riga e compasso

- | | | | |
|----------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 15. $y = x^2$, | $y = -\frac{1}{4}x^2$, | $y = -x^2$, | $y = \frac{1}{4}x^2$ |
| 16. $y = \frac{1}{8}x^2$, | $y = \frac{3}{8}x^2$, | $y = -\frac{1}{8}x^2$, | $y = -\frac{3}{8}x^2$ |
| 17. $y = \frac{1}{2}x^2$, | $y = \frac{3}{4}x^2$, | $y = -\frac{1}{2}x^2$, | $y = -\frac{3}{4}x^2$ |
| 18. $y = 4x^2$, | $y = -4x^2$, | $y = -2x^2$, | $y = 2x^2$ |
| 19. $y = \frac{3}{2}x^2$, | $y = 3x^2$, | $y = -3x^2$, | $y = \frac{3}{2}x^2$ |

Disegnare parabole con equazioni del tipo $y = ax^2$ con tabella e simmetria

Gli esercizi da 20 a 25 chiedono di disegnare parabole di equazione data con un altro procedimento, basato sulla simmetria e su una tabella. Per risolvere gli esercizi ricorda che le parabole date hanno:

- equazione del tipo $y = ax^2$ con $a = \frac{1}{4f}$;
- vertice $V \equiv O(0, 0)$
- asse di simmetria che è l'asse y
- fuoco nel punto $F(0, f)$,
- direttrice d'equazione $y = -f$.



ESERCIZIO GUIDATO

Completa il procedimento per rispondere ai quesiti proposti dall'esercizio 20

20. È data la parabola di equazione $y = \frac{1}{4}x^2$. Rispondi ai seguenti quesiti:

- Scrivi le coordinate del fuoco F e l'equazione della direttrice d .
- Rappresenta sul piano cartesiano la parabola, la direttrice e il fuoco.

Procedimenti

- Da $\frac{1}{4} = \frac{1}{4f}$ ricavi $4f = \dots\dots$, da cui $f = \dots$.

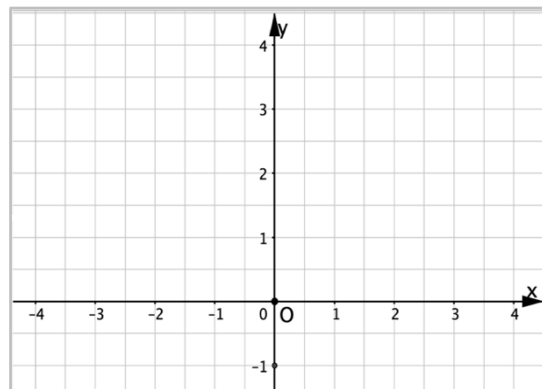
Perciò il fuoco F ha le coordinate $F(0, \dots\dots)$ e la direttrice ha equazione $\dots\dots\dots$

- Per tracciare il grafico segui il procedimento basato su tabella e simmetria:

- Completa la tabella qui sotto per avere due punti A e B a destra dell'asse di simmetria

x	2	4
$y = \frac{1}{4}x^2$	$y = \frac{1}{4}2^2 = 1$	$y = \dots\dots = \dots\dots$

- Indica i punti A e B sul piano cartesiano a fianco;
- Traccia l'arco di parabola che congiunge O , A e B ;
- Disegna l'arco simmetrico rispetto all'asse y .
- Rappresenta fuoco F e direttrice d .



A partire da ognuna delle equazioni assegnate negli esercizi da 21 a 25 rispondi ai seguenti quesiti:

- Scrivi le coordinate del fuoco F e l'equazione della direttrice d .
- Rappresenta sul piano cartesiano la parabola, la direttrice e il fuoco.
- Accanto ad ogni parabola disegnata scrivi se ha la concavità verso l'alto o verso il basso.

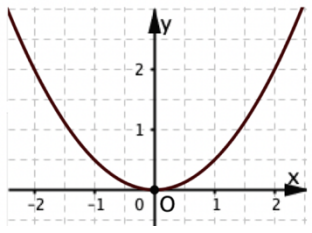
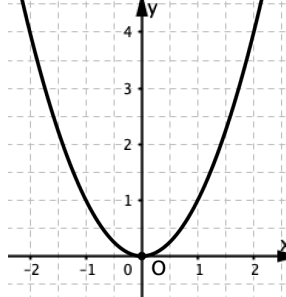
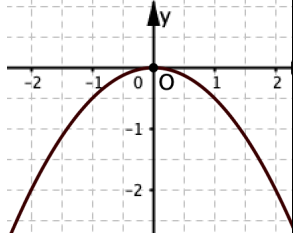
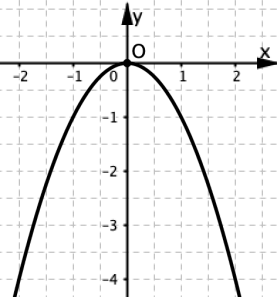
- | | | | |
|----------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 21. $y = x^2$, | $y = -\frac{1}{4}x^2$, | $y = -x^2$, | $y = \frac{1}{4}x^2$ |
| 22. $y = \frac{1}{8}x^2$, | $y = \frac{3}{8}x^2$, | $y = -\frac{1}{8}x^2$, | $y = -\frac{3}{8}x^2$ |
| 23. $y = \frac{1}{2}x^2$, | $y = \frac{3}{4}x^2$, | $y = -\frac{1}{2}x^2$, | $y = -\frac{3}{4}x^2$ |
| 24. $y = 4x^2$, | $y = -4x^2$, | $y = -2x^2$, | $y = 2x^2$ |
| 25. $y = \frac{3}{2}x^2$, | $y = 3x^2$, | $y = -3x^2$, | $y = \frac{3}{2}x^2$ |

Riconoscere un'equazione del tipo $y = ax^2$ e il grafico corrispondente

26. Qui sotto sotto trovi sei equazioni e nella tabella I trovi quattro curve.

Associa ad ogni grafico la corrispondente equazione per completare la tabella I.

Equazione	A	B	C	D	E	F
	$y = -x^2$	$y = x^2$	$y = -2x^2$	$y = \frac{1}{2}x^2$	$y = -\frac{1}{2}x^2$	$y = 2x^2$

Tabella I			
			
Equazione.....	Equazione.....	Equazione.....	Equazione.....

27. Qui sotto sotto trovi sei equazioni e nella tabella II trovi quattro curve.

Associa ad ogni grafico la corrispondente equazione per completare la tabella II.

Equazione	$y = 4x^2$	$y = -4x^2$	$y = \frac{3}{2}x^2$	$y = \frac{1}{4}x^2$	$y = -\frac{1}{4}x^2$	$y = -\frac{3}{2}x^2$
Curva						

Tabella II			
