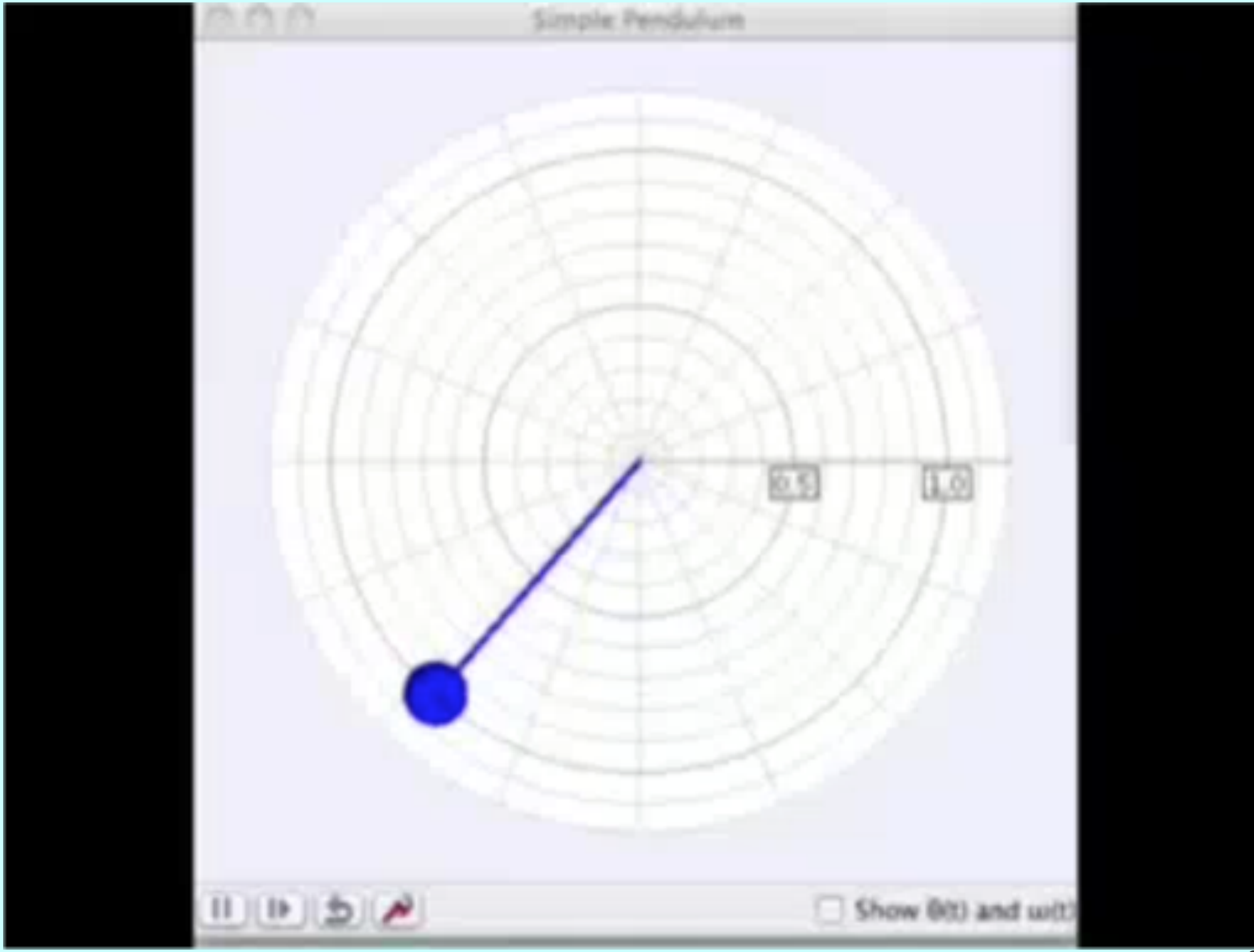
Misura degli angoli in radianti

Un pendolo che oscilla



Che cosa suggerisce il video?

Il moto del pendolo che suggerisce di cercare:

- **una relazione fra archi e angoli al centro di una circonferenza;**
- **una nuova misura degli angoli.**

Attività

Completa la scheda di lavoro per cercare la relazione fra angoli al centro e archi e, quindi, una nuova misura degli angoli

Che cosa hai ottenuto?

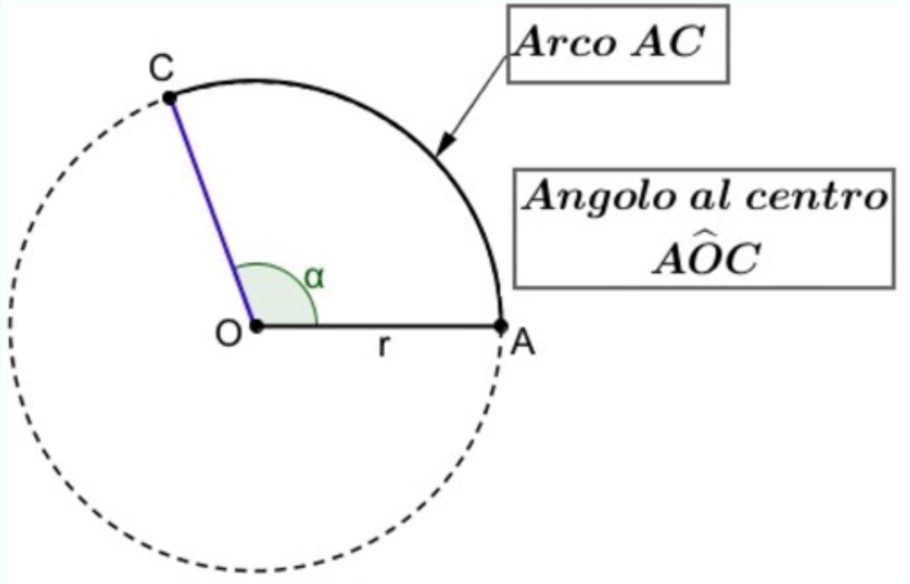
La relazione fra angoli al centro e archi

La misura degli angoli in radianti

Relazione fra archi e angoli al centro

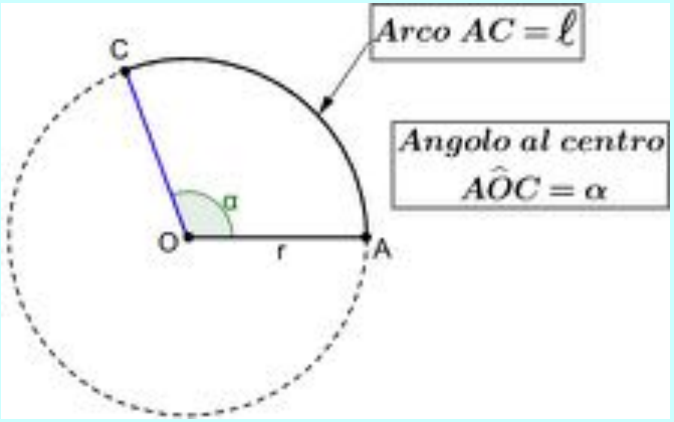
Nel tuo lavoro hai raggiunto due conclusioni:

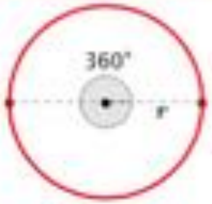
- ***Se rimane fisso l'angolo al centro*** **e varia il raggio, varia anche l'arco, ma il rapporto fra arco e raggio non cambia.**
- ***Se rimane fisso il raggio*** **e varia l'angolo al centro, varia anche il rapporto fra arco e raggio, che dipende quindi solo dall'angolo al centro.**



Relazione fra archi e angoli al centro

Archi e angoli al centro sono direttamente proporzionali perché al dimezzare dell'uno dimezza anche l'altro.



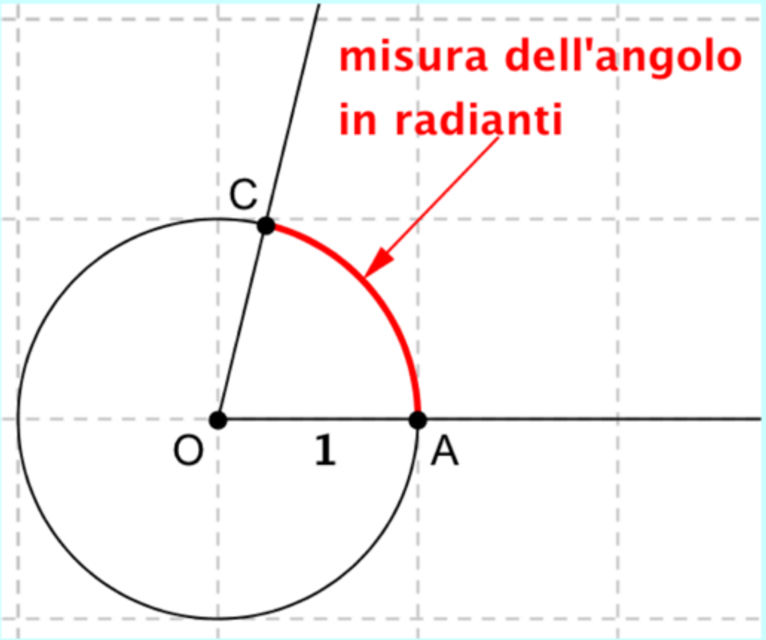
Arco di circonferenza	Lunghezza dell'arco ℓ	Angolo al centro α
	$2\pi r$	360°
	πr	180°
	$\frac{\pi}{2} r$	90°

$$\boxed{\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{\alpha°}{360°} \quad \Downarrow \quad \frac{\ell}{r} = \alpha° \cdot \frac{\pi}{180°}}$$

Misura di un angolo in radianti

Dato un angolo di vertice O, traccia una circonferenza di centro O, che interseca i lati dell'angolo in A e C. Si chiama *misura dell'angolo AOC in radianti* il rapporto fra l'arco AC e il raggio.
Se r = 1, la lunghezza dell'arco è la misura in radianti dell'angolo.

L'animazione seguente illustra la relazione fra misura in gradi e in radianti.



Radianti in movimento

Daniela Valenti 2020

Da gradi a radianti

$$\alpha_r = \alpha^\circ \cdot \frac{\pi}{180}$$

La misura α_r di un angolo in radianti, a partire dalla sua misura in gradi α^o, si esprime:

- ***in modo esatto* con una frazione di π;**
- ***in modo approssimato* con il numero decimale che approssima la frazione di π.**

Esempio

$$\alpha^\circ = 65^\circ \Rightarrow \alpha_r = 65^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \begin{cases} = \dfrac{13}{36}\pi \\ \cong 1{,}134 \end{cases}$$

Da radianti a gradi

$$\alpha^\circ = \alpha_r \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

Quando si calcola la misura α^o di un angolo in gradi, a partire dalla sua misura in radianti α_r, si ottiene generalmente un risultato approssimato, che conviene arrotondare al grado

Esempio

$$\alpha_r = 2 \Rightarrow \alpha^\circ = 2 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \cong 114^\circ$$

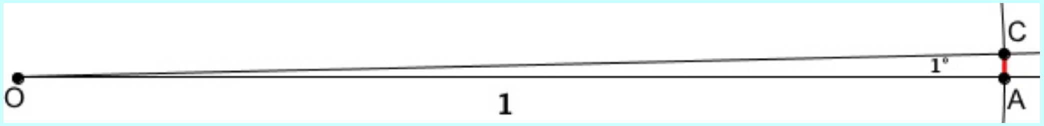
Risultato dato dalla calcolatrice

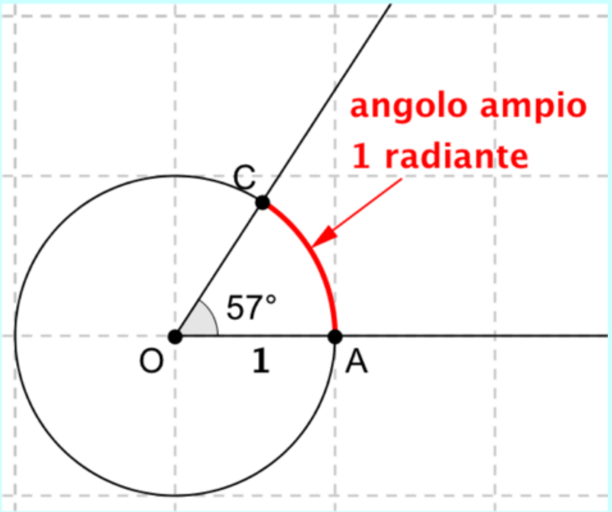
114.59155902616465

Confronto gradi - radianti

Un angolo ampio $1°$ è molto piccolo

Un angolo ampio 1 radiante è grande





$1° \cong 0{,}017$ radianti

1 radiante $\cong 57°$

Gradi e radianti in casi semplici

angolo in gradi	angolo in radianti
$360°$	2π
$180° = \frac{360°}{2}$	$\frac{2\pi}{2} = \pi$
$90° = \frac{180°}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$45° = \frac{180°}{4}$	$\frac{\pi}{4}$
$18° = \frac{180°}{10}$	$\frac{\pi}{10}$

angolo in gradi	angolo in radianti
$60° = \frac{180°}{3}$	$\frac{\pi}{3}$
$30° = \frac{180°}{6}$	$\frac{\pi}{6}$
$270° = 90° \times 3$	$\frac{3}{2}\pi$
$240° = 60° \times 4$	$\frac{4}{3}\pi$
$135° = 45° \times 3$	$\frac{3}{4}\pi$

Un’applicazione della misura in radianti

Con la misura di angoli in radianti si calcolano rapidamente:

- **la lunghezza di un arco di circonferenza;**
- **l’area di un settore circolare**

Lunghezza di un arco e area di un settore circolare

Ampiezza dell'angolo BOC	Lunghezza ℓ dell'arco BC	Area A del settore circolare BOC
α_r	$\frac{\ell}{r} = \alpha_r \Rightarrow \ell = r \cdot \alpha_r$	$\frac{A}{\pi r^2} = \frac{\alpha_r}{2\pi} \Rightarrow A = \frac{1}{2}\alpha_r r^2$
ESEMPIO		
$\frac{\pi}{3}$	$\ell = \frac{\pi}{3} \cdot r$	$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{3} r^2$