

Traslazioni e iperbole. Esercizi

I. Grafico di iperboli con equazioni del tipo $y = \frac{k}{x}$

Esercizio guidato

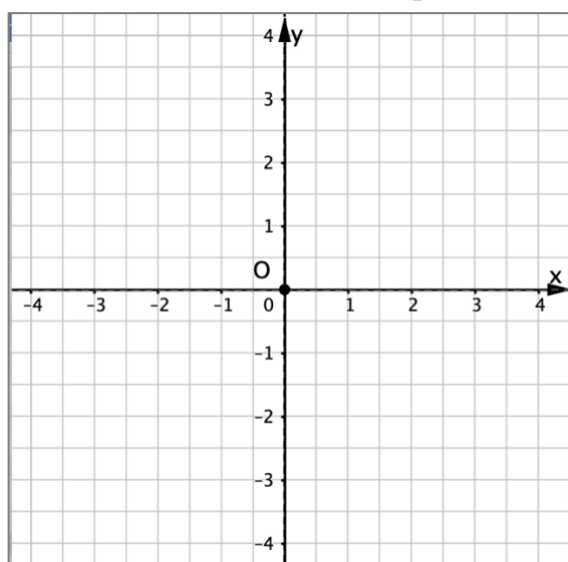
Completa procedimento e figura sotto per tracciare il grafico dell'iperbole con equazione assegnata nell'esercizio 1.

1. $y = \frac{2}{x}$

- Centro di simmetria $C = \dots\dots\dots$
- Asintoti $\dots\dots\dots$
- Tabella per trovare tre punti dell'iperbole A, B e D

x			
$y = \frac{2}{x}$			

- Disegno l'arco ABD .
- Disegno l'arco $A'B'D'$, simmetrico di ABD rispetto al centro di simmetria.



Traccia il grafico delle iperboli con equazioni assegnate negli esercizi da 2 a 7.

2. $y = \frac{1}{x}$

$y = \frac{4}{x}$

$y = \frac{1}{4x}$

3. $y = -\frac{1}{x}$

$y = -\frac{4}{x}$

$y = -\frac{1}{4x}$

4. $y = \frac{1}{2x}$

$y = \frac{3}{2x}$

$y = \frac{2}{3x}$

5. $y = -\frac{1}{2x}$

$y = -\frac{3}{2x}$

$y = -\frac{2}{3x}$

6. $y = \frac{1}{4x}$

$y = \frac{3}{4x}$

$y = \frac{4}{3x}$

7. $y = -\frac{1}{4x}$

$y = -\frac{3}{4x}$

$y = -\frac{4}{3x}$

II. Grafici di iperboli con equazioni del tipo $y = \frac{k}{x-p} + q$

Esercizio guidato

Completa procedimento e figura qui sotto per tracciare il grafico dell'iperbole con l'equazione assegnata nell'esercizio 8.

8. $y = \frac{2}{x-3} + 1$

<p>Equazione del tipo</p> $y = \frac{k}{x-p} + q$	$y = \frac{2}{x-3} + 1$								
<ul style="list-style-type: none"> Centro di simmetria: Asintoti 	<p>Coordinate p e q del centro di simmetria C:</p> $\begin{cases} -p = \dots \\ +q = \dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = \dots \\ q = \dots \end{cases}$ <p>$C(\dots, \dots)$</p>								
<ul style="list-style-type: none"> Tabella per trovare tre punti dell'iperbole A, B e D a destra del centro di simmetria C. <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> Disegno l'arco ABD. Disegno l'arco $A'B'D'$ simmetrico di ABD rispetto al centro di simmetria C. 	x				y				
x									
y									

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi da 9 a 14. e risolvi i seguenti quesiti:

- Determina il centro di simmetria C e gli asintoti di ogni iperbole.
- Traccia il grafico di ogni iperbole.

9. $y = \frac{1}{x-1}$

$y = \frac{1}{x} + 2$

$y = \frac{1}{x-1} + 2$

10. $y = -\frac{1}{x-1}$

$y = -\frac{1}{x} + 2$

$y = -\frac{1}{x-1} + 2$

11. $y = \frac{1}{x+1}$

$y = \frac{1}{x} - 2$

$y = \frac{1}{x+1} - 2$

12. $y = -\frac{1}{x+1}$

$y = -\frac{1}{x} - 2$

$y = -\frac{1}{x+1} - 2$

13. $y = \frac{4}{x} - 2$

$y = \frac{4}{x-2}$

$y = \frac{4}{x-2} + 3$

14. $y = -\frac{4}{x} - 3$

$y = -\frac{4}{x-2}$

$y = \frac{4}{x-2} - 3$

Esercizio guidato

15. Completa la tabella qui sotto per determinare k , p e q nelle equazioni del tipo $y = \frac{k}{x-p} + q$ date nella prima colonna.

Equazione data	Procedimento	Forma $y = \frac{k}{x-p} + q$
$y = \frac{1}{3x}$	$\frac{1}{3x} = \frac{\frac{1}{3}}{x}$	$y = \frac{\frac{1}{3}}{x}$ $k = \frac{1}{3}$, $p = q = 0$
		$y = \frac{-\frac{1}{4}}{x}$ $k = \dots\dots$, $p = q = 0$
$y = \frac{2}{3x}$		$y = \frac{\frac{2}{3}}{x}$ $k = \dots\dots$, $p = q = \dots$
$y = \frac{1}{3x-6}$	$\frac{1}{3x-6} = \frac{1}{3(x-2)} = \frac{\frac{1}{3}}{x-2}$	$y = \frac{\frac{1}{3}}{x-2}$ $k = \dots\dots$ $p = \dots\dots$ $q = \dots\dots$
		$y = \frac{-\frac{4}{3}}{x-2} + 5$ $k = \dots\dots$ $p = \dots\dots$ $q = \dots\dots$
$y = \frac{2}{5x+5} + 3$		

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi da 16 a 21 e risolvi i seguenti quesiti:

a. Scrivi le equazioni nella forma $y = \frac{k}{x-p} + q$ e determina il valore di k , p e q .

b. Determina il centro di simmetria C e gli asintoti di ogni iperbole.

c. Traccia il grafico di ogni iperbole.

16. $y = \frac{1}{2x} + 3$

$y = \frac{1}{2x+2}$

$y = \frac{1}{2x+2} + 3$

17. $y = -\frac{1}{x+1}$

$y = -\frac{1}{2x+2}$

$y = -\frac{1}{2x+2} - 3$

18. $y = \frac{3}{4x} + 1$

$y = \frac{3}{4x-4}$

$y = \frac{3}{4x-4} + 1$

19. $y = -\frac{3}{4x} + 1$

$y = -\frac{3}{4x-4}$

$y = -\frac{3}{4x-4} + 1$

$$20. y = \frac{3}{5x} - 1$$

$$y = \frac{3}{5x-10}$$

$$y = \frac{3}{5x-10} - 1$$

$$21. y = -\frac{3}{5x} + 1$$

$$y = -\frac{3}{5x-10}$$

$$y = -\frac{3}{5x-10} + 1$$

III. Grafici di iperboli con equazioni del tipo $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

Il procedimento più rapido è eseguire la divisione $(ax + b) : (cx + d)$ per scrivere l'equazione assegnata nella forma $y = \frac{k}{x-p} + q$.

Esercizio guidato

Completa procedimento e figura qui sotto per tracciare il grafico dell'iperbole con equazione assegnata nell'esercizio 22.

$$22. y = \frac{4x-5}{x-2}$$

$$\frac{4x-5}{x-2} = (4x-5):(x-2)$$

$$\begin{array}{r|l} 4x-5 & x-2 \\ \hline -4x+8 & 4 \\ \hline 3 & \end{array}$$

a. Divisione $4x : x = 4$

b. Moltiplicazione

$$4(x-2) = \dots\dots\dots$$

c. Sottrazione

$$4x-5 - \dots\dots\dots$$

$$4x-5 = 4(x-2) + \dots \Rightarrow \frac{4x-5}{x-2} = 4 + \frac{\dots}{x-2}$$

Arrivo all'equazione $y = \frac{\dots}{x-2} + 4$

<p><i>Equazione del tipo</i></p> $y = \frac{k}{x-p} + q$	$y = \frac{\dots}{x-2} + 4$								
<ul style="list-style-type: none">• <i>Centro di simmetria:</i>• <i>Asintoti</i> <p>.....</p>	<p><i>Coordinate p e q del centro di simmetria C:</i></p> $\begin{cases} -p = \dots \\ +q = \dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = \dots \\ q = \dots \end{cases} \quad C(\dots, \dots)$								
<ul style="list-style-type: none">• <i>Tabella per trovare tre punti dell'iperbole A, B e D a destra del centro di simmetria C.</i> <table border="1"><tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> <ul style="list-style-type: none">• <i>Disegno l'arco ABD.</i>• <i>Disegno l'arco $A'B'D'$ simmetrico di ABD rispetto al centro di simmetria C.</i>	x				y				
x									
y									

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi da 23 a 28 e risolvi i seguenti quesiti:

- Scrivi le equazioni nella forma $y = \frac{k}{x-p} + q$.
- Determina il centro di simmetria C e gli asintoti di ogni iperbole.
- Traccia il grafico di ogni iperbole.

23. $y = \frac{x}{x+1}$	$y = \frac{x+2}{x-3}$
24. $y = \frac{2x-1}{x-1}$	$y = \frac{2x}{x+1}$
25. $y = \frac{4x}{x+1}$	$y = \frac{2x-3}{x-1}$
26. $y = \frac{3x-2}{x+2}$	$y = \frac{3x+2}{x-2}$
27. $y = \frac{2x+5}{x-2}$	$y = \frac{2x-3}{x+2}$
28. $y = \frac{2x-7}{x-3}$	$y = \frac{2x+7}{x+3}$

Esercizio guidato

29. Completa la tabella qui sotto come mostra la prima riga per scrivere nella forma $y = \frac{k}{x-p} + q$ le equazioni date nella prima colonna.

Equazione data	Equazione ottenuta con divisione di polinomi	Forma $y = \frac{k}{x-p} + q$
$y = \frac{6x+7}{2x+2}$	$y = \frac{1}{2x+2} + 3 = \frac{1}{2(x+1)} + 3$	$y = \frac{\frac{1}{2}}{x+1} + 3$ $k = \frac{1}{2}, p = -1, q = 3$
$y = \frac{4x-7}{4x-4}$		
$y = \frac{6x+5}{3x-6}$		

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi da 30 a 35 e risolvi i seguenti quesiti:

- Scrivi le equazioni nella forma $y = \frac{k}{x-p} + q$ e determina il valore di k, p e q .
- Determina il centro di simmetria C e gli asintoti di ogni iperbole.
- Traccia il grafico di ogni iperbole.

30. $y = \frac{3x}{3x-6}$	$y = \frac{3x-2}{3x-6}$
---------------------------	-------------------------

$$\begin{array}{ll}
31. y = \frac{4x+5}{2x+4} & y = \frac{4x}{2x+4} \\
32. y = \frac{6x}{3x-3} & y = \frac{3x+2}{3x-3} \\
33. y = \frac{2x+3}{2x+6} & y = \frac{2x}{2x+6} \\
34. y = \frac{3x-7}{2x-4} & y = \frac{3x}{2x-4} \\
35. y = \frac{2x}{4x-8} & y = \frac{2x+3}{4x+8}
\end{array}$$

36. Se l'equazione dell'iperbole è del tipo $y = \frac{ax+b}{cx}$, non è necessaria la divisione dei polinomi per scrivere l'equazione nella forma $y = \frac{k}{x-p} + q$: basta applicare la proprietà distributiva della divisione rispetto all'addizione. Completa la tabella per riflettere sui procedimenti.

Equazione data	Con la proprietà distributiva	Non posso applicare la proprietà distributiva
$y = \frac{3x+6}{3x}$	$y = \frac{3x}{3x} + \frac{6}{3x} \Leftrightarrow y = 1 + \frac{\dots}{\dots}$	
$y = \frac{3x}{3x+6}$		Con la divisione dei polinomi ottengo: $y = 1 - \frac{\dots}{\dots\dots}$
$y = \frac{4x}{2x-2}$		
$y = \frac{2x-2}{4x}$		

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi da 37 a 41 e risolvi i seguenti quesiti:

- Scrivi ogni equazione nella forma $y = \frac{k}{x-p} + q$ con il procedimento più rapido e determina il valore di k , p e q .
- Determina il centro di simmetria C e gli asintoti di ogni iperbole.
- Traccia il grafico di ogni iperbole.

$$\begin{array}{ll}
37. y = \frac{6x}{3x+3} & y = \frac{3x+3}{6x} \\
38. y = \frac{4x}{2x-4} & y = \frac{2x-4}{4x} \\
39. y = \frac{x}{x+3} & y = \frac{x+3}{x} \\
40. y = \frac{2x-3}{2x} & y = \frac{2x}{2x-3} \\
41. y = \frac{3x}{3x-6} & y = \frac{3x-6}{3x}
\end{array}$$

IV. Riconoscere equazioni di iperboli con gli asintoti paralleli agli assi cartesiani

42. Quali fra le equazioni assegnate nella prima colonna della tabella seguente hanno per grafico un'iperbole con gli asintoti paralleli agli assi cartesiani? Completa la tabella per rispondere.

Equazione	Del tipo $y = \frac{k}{x-p} + q$	Del tipo $y = \frac{ax+b}{cx+d}$	Perché non è l'equazione di un'iperbole con asintoti paralleli agli assi cartesiani?
$y = \frac{x}{3} + 1$			$y = \frac{x}{3} + 1 \Leftrightarrow y = \frac{\dots}{\dots}x + 1$ Del tipo $y = mx + q$ è l'equazione di una retta
$y = \frac{2}{3x} - 1$	$y = \frac{\frac{2}{3}}{x} - 1$ $k = \frac{\dots}{\dots}, p = \dots, q = \dots$		
$y = \frac{3x}{2x^2 - 4}$			 è di 2° grado
$y = \frac{2x}{4x + 3}$		$a = \dots, b = \dots,$ $c = \dots, d = \dots$	

43. Quali fra le seguenti equazioni hanno per grafico un'iperbole con gli asintoti paralleli agli assi cartesiani?

$y = \frac{3}{4x}$	$y = \frac{3}{4}x$	$y = \frac{3}{4x^2}$	$y = -\frac{4}{x+1}$	$y = \frac{4}{x^2+1}$	$y = \frac{x+1}{x-1}$
SI NO	SI NO	SI NO	SI NO	SI NO	SI NO

44. Quali fra le seguenti equazioni hanno per grafico un'iperbole con gli asintoti paralleli agli assi cartesiani?

$y = -\frac{2x}{3}$	$y = -\frac{2}{3x}$	$y = \frac{2x-3}{x+2}$	$y = -\frac{2}{3x^2} + 1$	$y = -\frac{3x}{2x+3}$	$y = \frac{2x}{x^2-1}$
SI NO	SI NO	SI NO	SI NO	SI NO	SI NO

45. Nella tabella I qui sotto trovi 4 iperboli e nella tabella II trovi 7 equazioni.

- a. Scrivi le coordinate del centro C e le equazioni degli asintoti di ogni iperbole per completare la tabella I.
b. Associa ad ogni equazione la corrispondente iperbole per completare la tabella II.

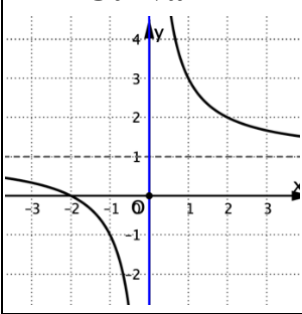
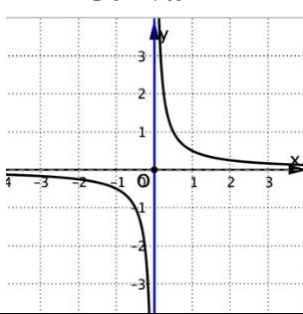
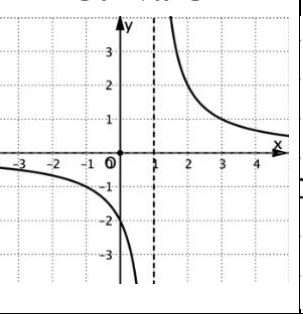
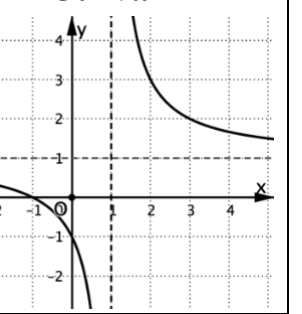
Tabella I			
<p>Curva A</p> 	<p>Curva B</p> 	<p>Curva C</p> 	<p>Curva D</p> 
<p>Centro C: _____</p> <p>Asintoti: _____</p>	<p>Centro C: _____</p> <p>Asintoti: _____</p>	<p>Centro C: _____</p> <p>Asintoti: _____</p>	<p>Centro C: _____</p> <p>Asintoti: _____</p>

Tabella II						
Equazione	$y = \frac{2}{x+1}$	$y = \frac{1}{2x}$	$y = \frac{2}{x} + 1$	$y = \frac{2}{x+1} + 1$	$y = \frac{x+3}{x+1}$	$y = \frac{x+2}{x}$
Curva						

46. Fra le seguenti affermazioni scegli quelle vere (V) e quelle false (F)

- A. L'equazione $y = \frac{3}{x} + 5$ descrive un'iperbole V F
 B. L'iperbole d'equazione $y = -\frac{4}{x}$ ha il centro O(0,0) V F
 C. L'equazione $y = \frac{4}{x^3}$ descrive un'iperbole V F
 D. L'equazione $y = \frac{x}{3}$ descrive un'iperbole V F

47. Qual è il centro dell'iperbole che ha equazione $y = -\frac{2}{x+3} + 1$?

- A. C(1, -3) B. C(3, -1) D. C(-3, 1) E. C(-2, 1)

48. Qual è l'equazione dell'iperbole che ha centro C(2, -3)?

- A. $y = \frac{1}{x+2} - 3$ B. $y = -\frac{1}{x-2} - 3$ D. $y = \frac{2}{x+1} - 3$ E. $y = \frac{1}{x-2} - 3$

49. Quale equazione descrive l'iperbole che ha per asintoti gli assi cartesiani?

- A. $y = \frac{2x}{3}$ B. $y = -\frac{2}{3x}$ D. $y = \frac{2}{3x^2}$ E. $y = -\frac{2}{3}x$

50. Quali sono le equazioni degli asintoti dell'iperbole che ha equazione $y = -\frac{1}{x+2}$?

- A. $x = -2$ e $y = 0$ B. $x = 2$ e $y = 0$ D. $x = 0$ e $y = -2$ E. $x = 0$ e $y = -1$