Traslazioni e poligoni

Daniela Valenti, 2024

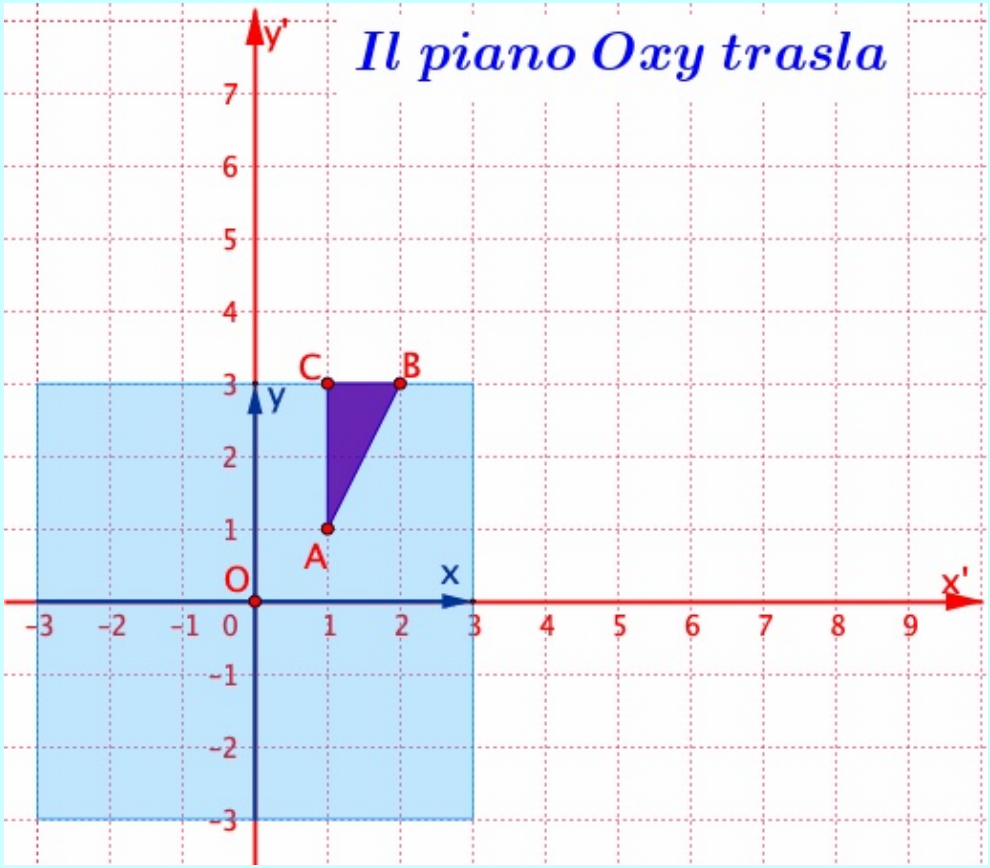
Un video per incontrare le traslazioni



Che cosa ha mostrato la conclusione del video?

Un modello digitale di traslazione

Il piano *Oxy* trasla. Cambiano le coordinate del punto O.
Anche le coordinate di tutti gli altri punti cambiano.

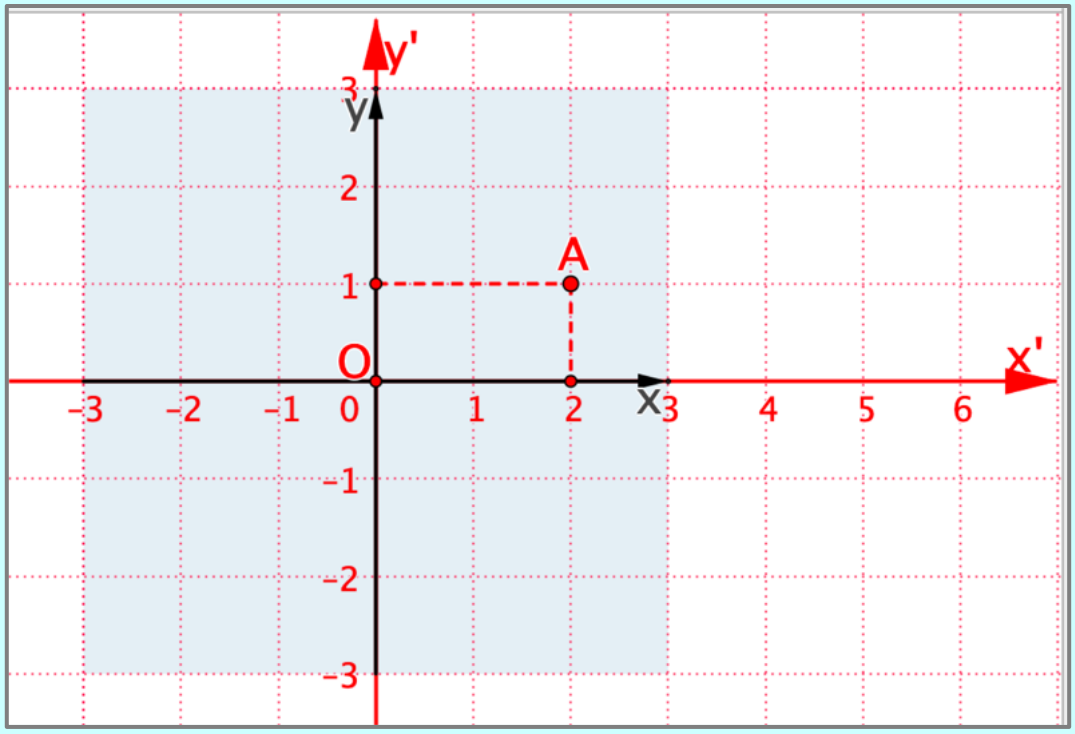


Il modello digitale porta a descrivere una traslazione con equazioni

Modello digitale per studiare le traslazioni

Per arrivare alle equazioni di una traslazione indico un punto A sul piano cartesiano nero e poi traslo il piano.

Sul piano cartesiano rosso ho fissato la posizione dei punti O(0, 0) e A(2, 1) prima della traslazione.

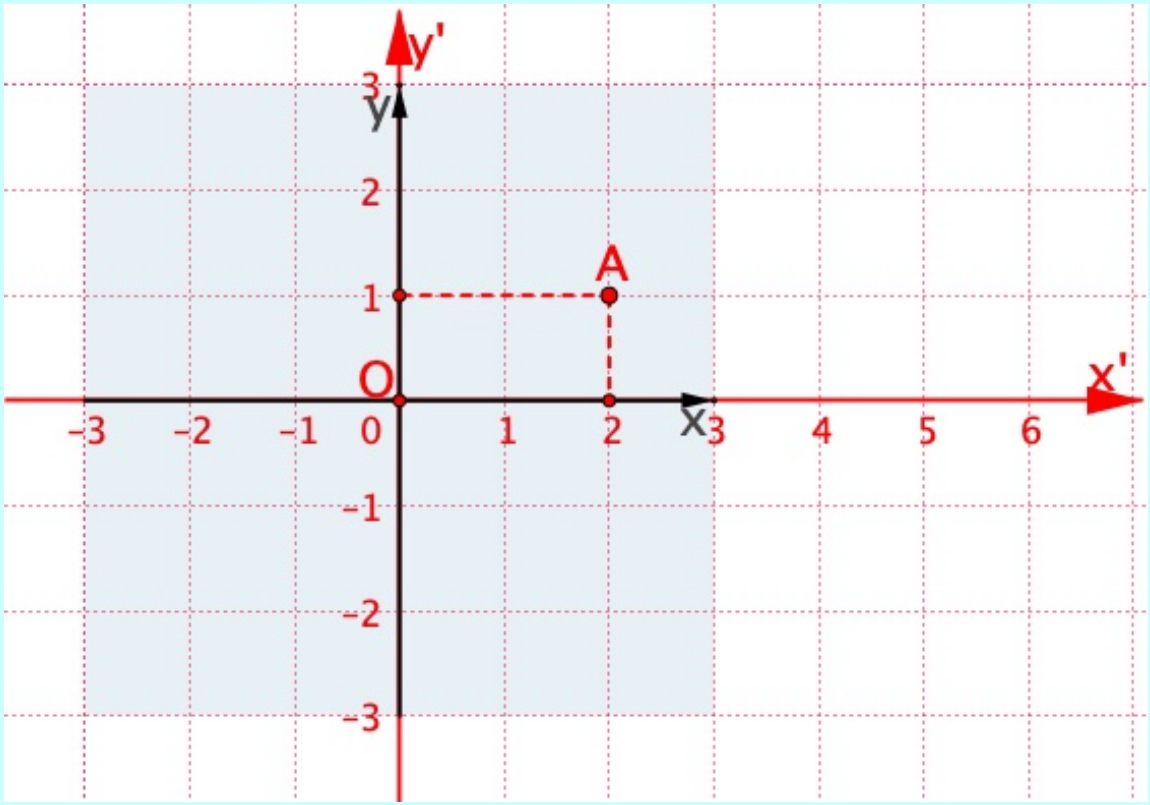


Comincio a studiare esempi di traslazione

Daniela Valenti, 2024

Traslazione lungo l'asse delle x

Il piano Oxy scivola lungo l'asse delle x



Tutti i punti del piano traslano come O ed A.

Per descrivere con equazioni la traslazione 'fermo' il piano Oxy dopo la traslazione e osservo la figura.

Daniela Valenti, 2024

Il modello digitale dopo la traslazione

Traslazione lungo l'asse x

Un esempio numerico

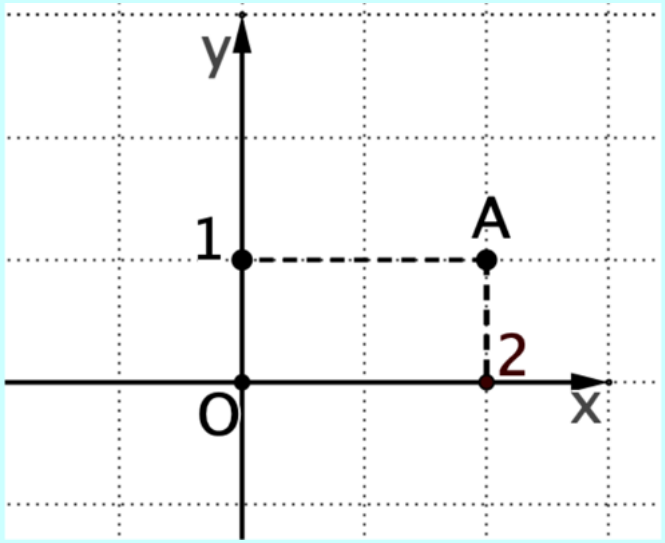
Dopo la traslazione osservo le coordinate dei punti:

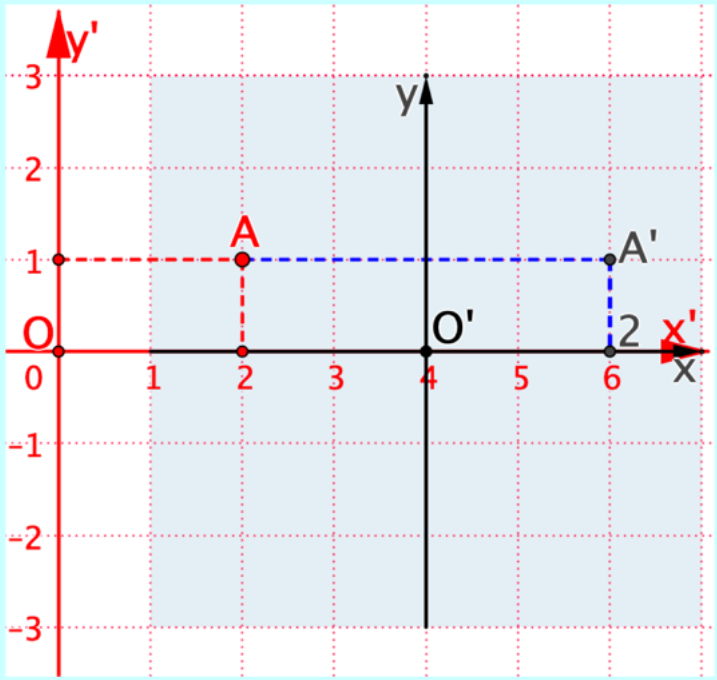
Nel piano Oxy che trasla

$$O\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases} \qquad A\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$$

Nel piano Ox'y' fisso

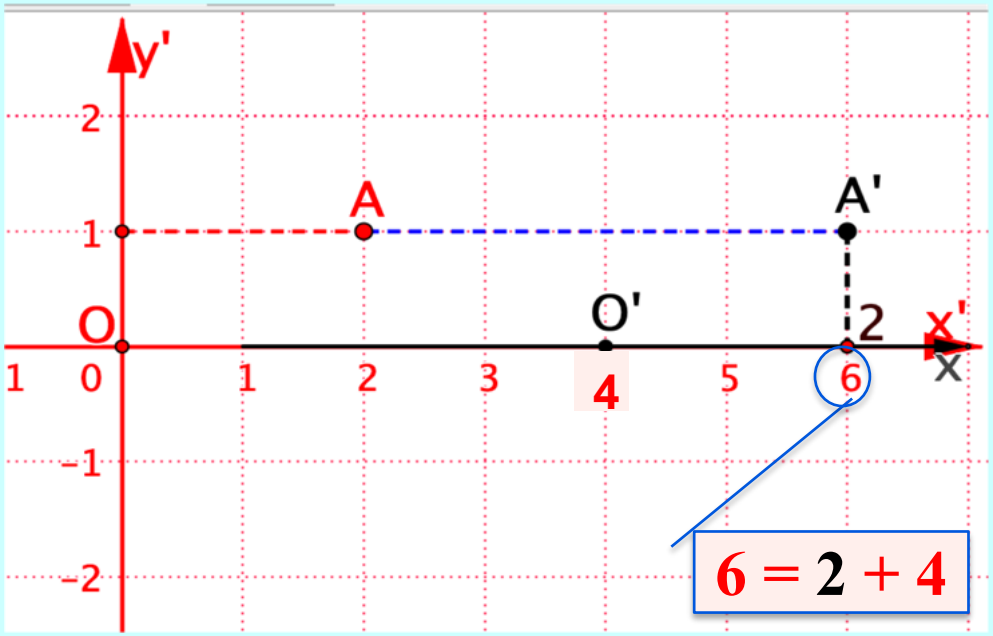
$$O'\begin{cases}x'=4\\y'=0\end{cases} \qquad A'\begin{cases}x'=6\\y'=1\end{cases}$$





Equazioni di una traslazione lungo l'asse x

Un esempio numerico



Nel piano Oxy che trasla

$$O\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad A\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Nel piano Ox'y' fisso

$$O'\begin{cases} x' = 0 + 4 \\ y' = 0 \end{cases} \qquad A'\begin{cases} x' = 2 + 4 \\ y' = 1 \end{cases}$$

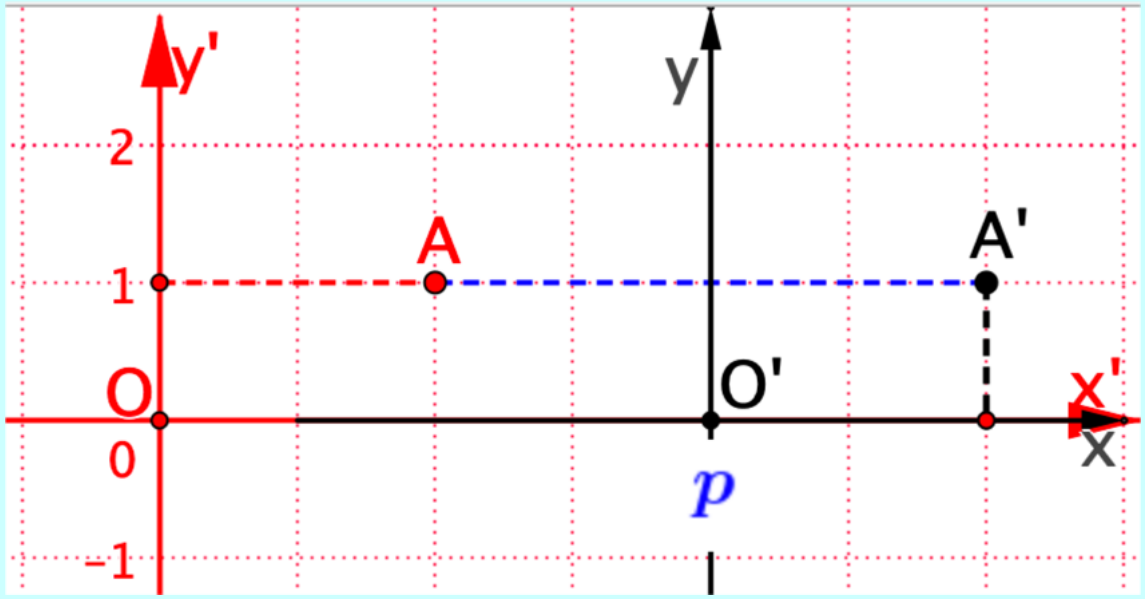
$$\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y \end{cases}$$

La traslazione porta O(0,0) in O'(4, 0). Aggiunge 4 alle ascisse di tutti punti e lascia invariate le ordinate.

Daniela Valenti, 2024

Equazioni di una traslazione lungo l'asse x

Più in generale

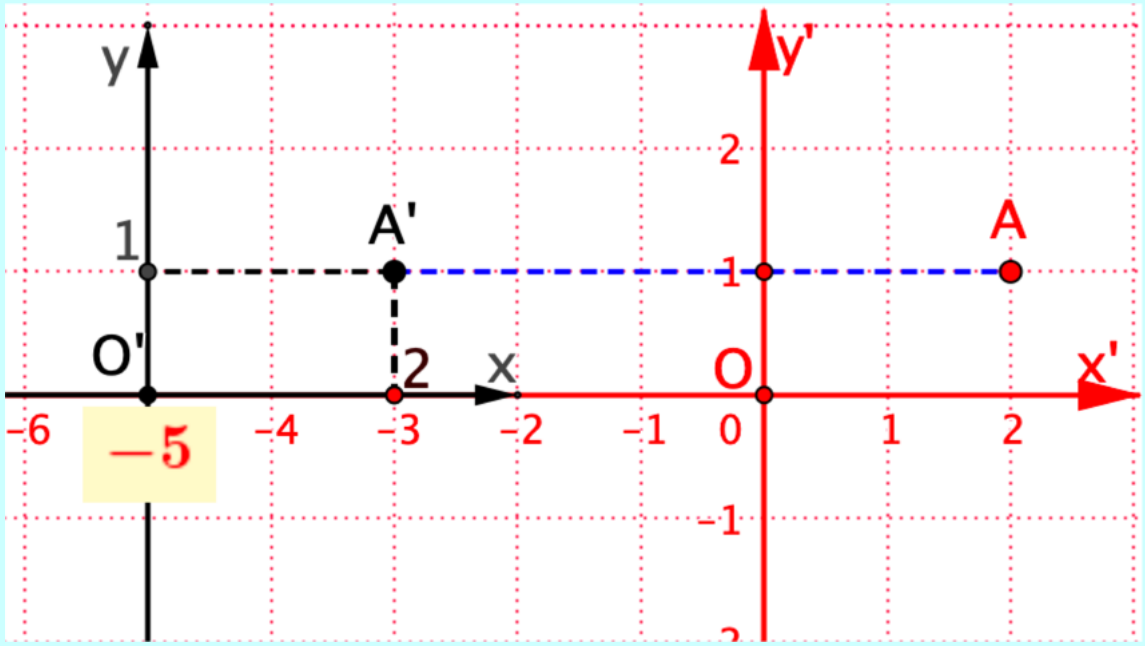


La traslazione porta O(0,0) in O'(p, 0). Aggiunge p alle ascisse di tutti punti e lascia invariate le ordinate.

$$\begin{cases} x' = x + p \\ y' = y \end{cases}$$

Altro esempio di traslazione lungo l'asse x

$$\begin{cases} x' = x + p \\ y' = y \end{cases}$$



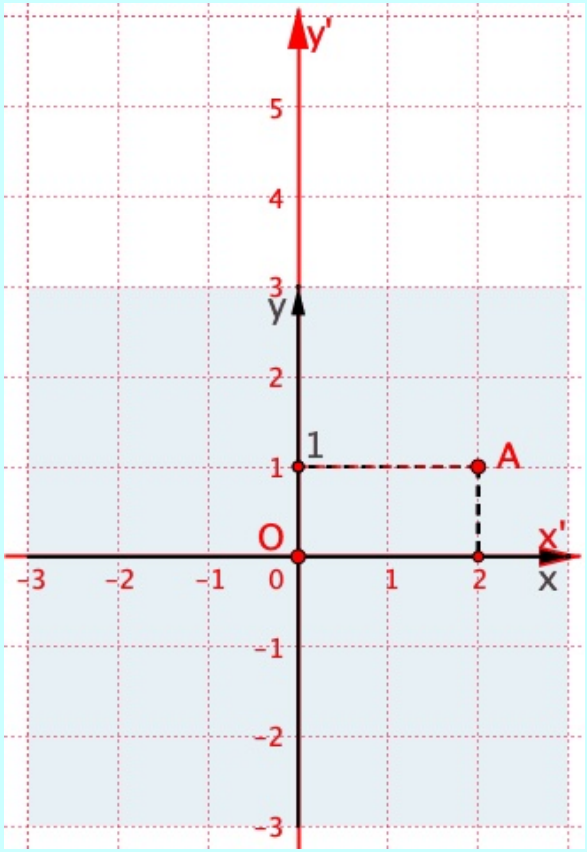
$$p = -5$$

$$\begin{cases} x' = x + (-5) \\ y' = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = x - 5 \\ y' = y \end{cases}$$

Traslazione lungo l'asse delle y

Il piano Oxy scivola lungo l'asse delle y

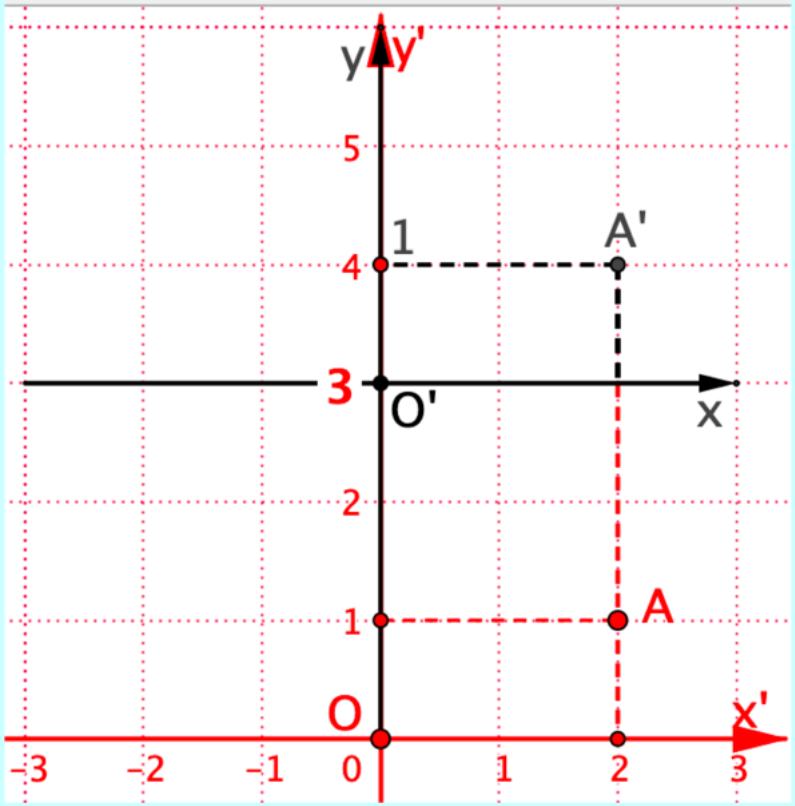


Tutti i punti del piano Oxy traslano come O ed A.

So come procedere per scrivere le equazioni: 'fermo' il piano Oxy dopo la traslazione e osservo la figura.

Equazioni di una traslazione lungo l'asse y

Un esempio numerico



Nel piano Oxy che trasla

$$O\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad A\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Nel piano Ox'y' fisso

$$O'\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 0 + 3 \end{cases} \qquad A'\begin{cases} x' = 2 \\ y' = 1 + 3 \end{cases}$$

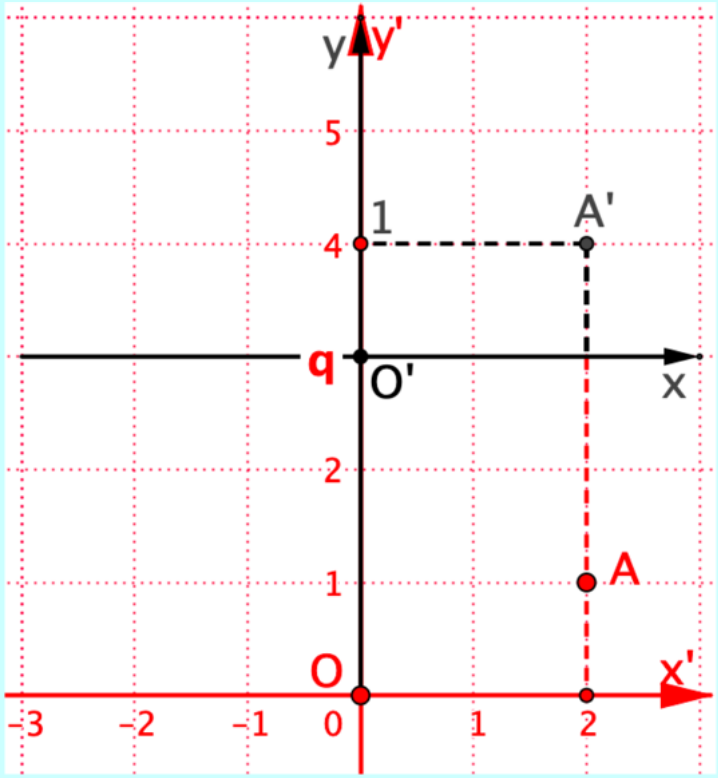
$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y + 3 \end{cases}$$

La traslazione porta O(0,0) in O'(0, 3); aggiunge 3 alle ordinate di tutti punti e lascia invariate le ascisse.

Daniela Valenti, 2024

Equazioni di una traslazione lungo l'asse y

Più in generale



$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y + q \end{cases}$$

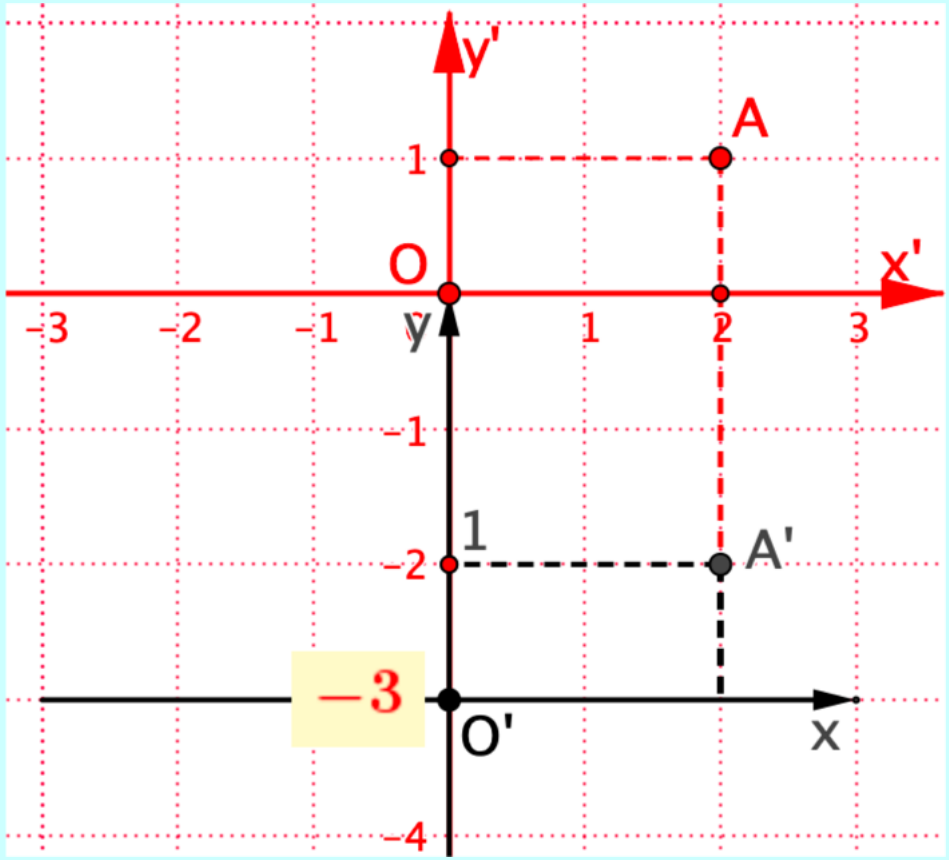
La traslazione porta O(0,0) in O'(0, q). Aggiunge q alle ordinate di tutti punti e lascia invariate le ascisse.

Altro esempio di traslazione lungo l'asse y

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y + q \end{cases}$$

$$q = -3$$

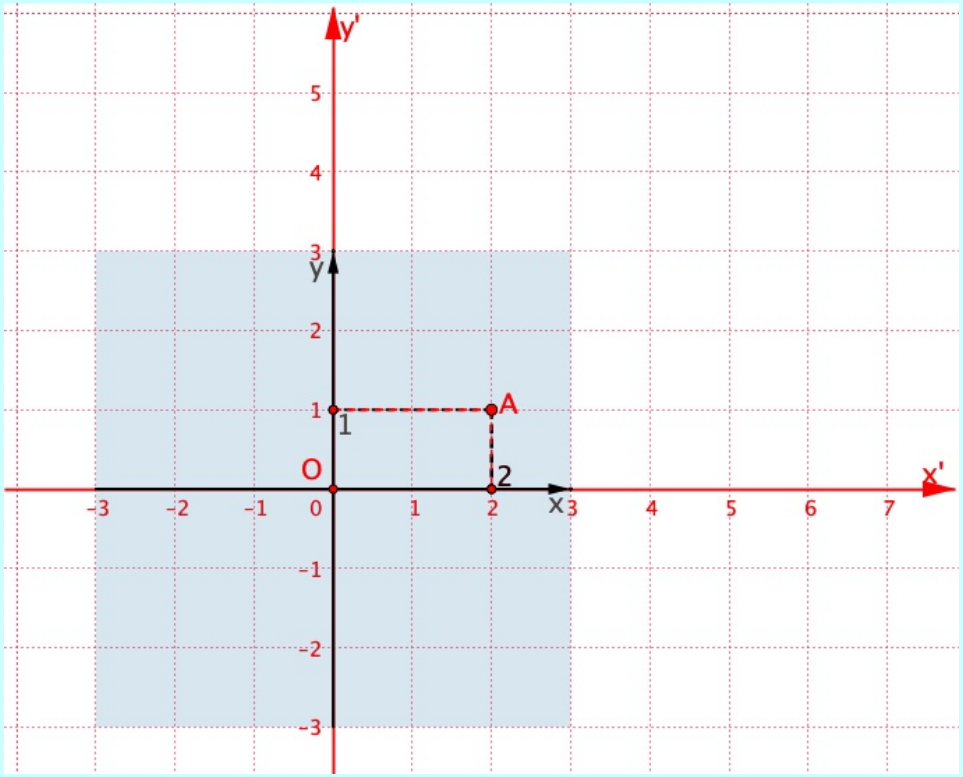
$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y + (-3) \end{cases}$$



$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y - 3 \end{cases}$$

Una traslazione

Il piano Oxy trasla sul piano Ox'y'.



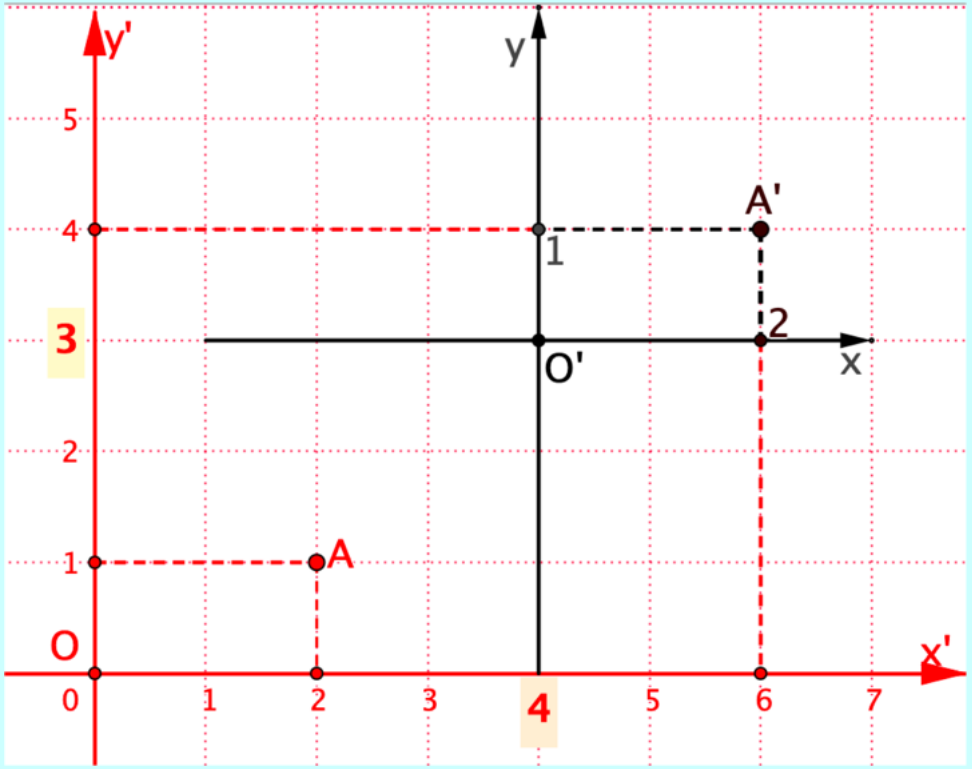
- **L'asse x rimane parallelo all'asse x'.**
- **L'asse y rimane parallelo all'asse y'.**

Tutti i punti del piano Oxy traslano come O ed A.

Ripeto il procedimento per scrivere le equazioni: 'fermo' il piano Oxy dopo la traslazione e osservo la figura.

Equazioni di una traslazione

Esempio numerico



Nel piano Oxy traslato

$$O\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad A\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Nel piano Ox'y' fisso

$$O'\begin{cases} x' = 0 + 4 \\ y' = 0 + 3 \end{cases} \qquad A'\begin{cases} x' = 2 + 4 \\ y' = 1 + 3 \end{cases}$$

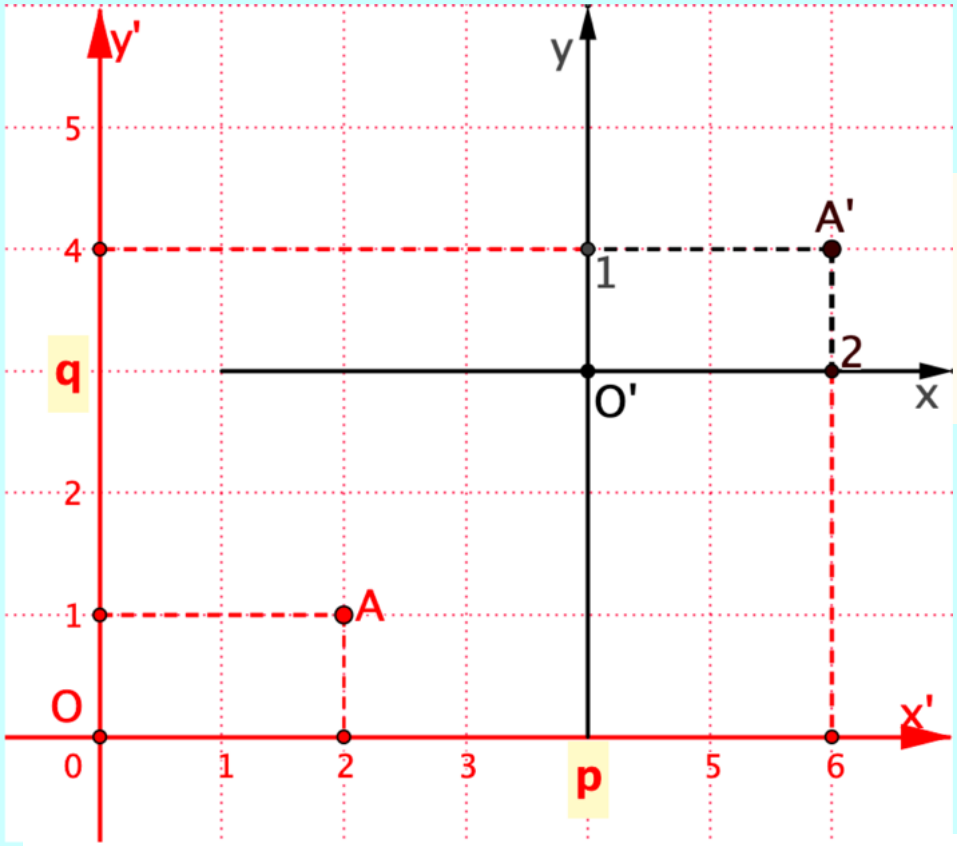
$$\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y + 3 \end{cases}$$

La traslazione porta O(0,0) in O'(4, 3).
Aggiunge 4 alle ascisse e 3 alle ordinate di tutti punti

Daniela Valenti, 2024

Equazioni di una traslazione

Più in generale



$$\begin{cases} x' = x + p \\ y' = y + q \end{cases}$$

La traslazione porta O(0,0) in O'(p, q).

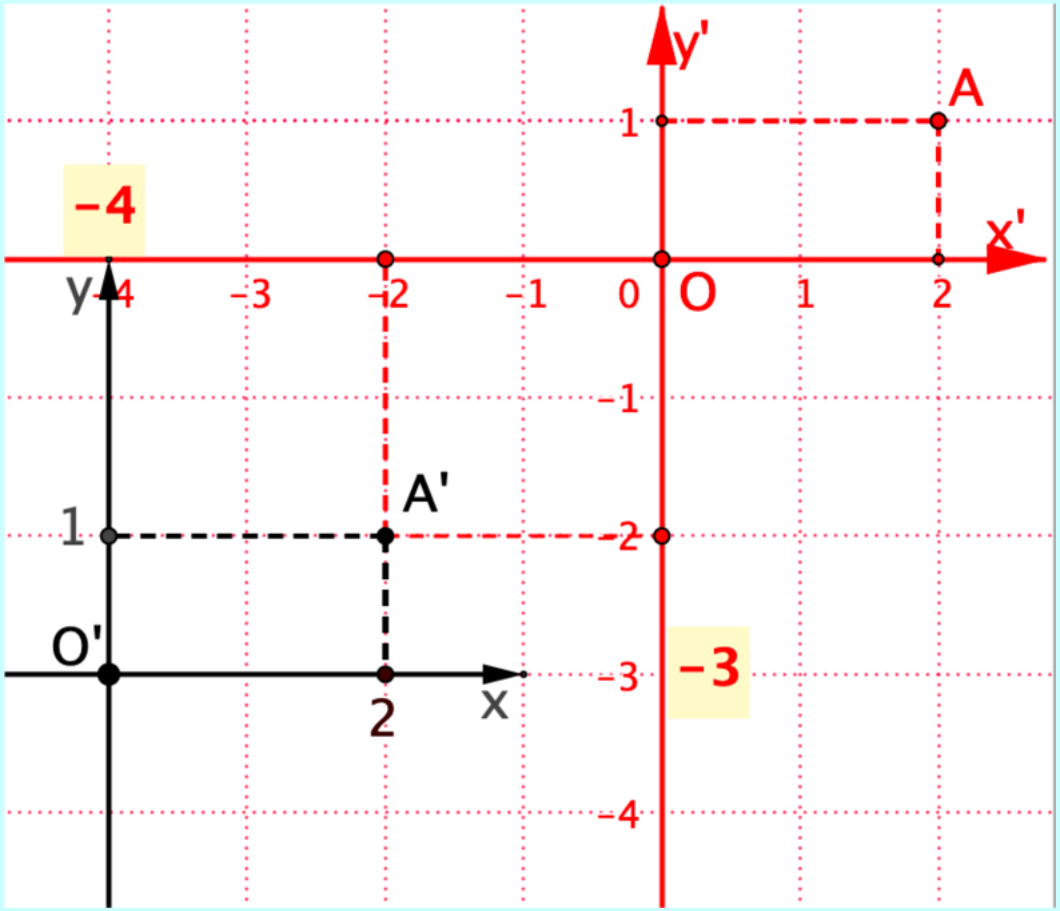
Aggiunge p alle ascisse e q alle ordinate di tutti punti.

Altro esempio di traslazione

$$\begin{cases} x' = x + p \\ y' = y + q \end{cases}$$

$$p = -4$$
$$q = -3$$

$$\begin{cases} x' = x + (-4) \\ y' = y + (-3) \end{cases}$$



$$\begin{cases} x' = x - 4 \\ y' = y - 3 \end{cases}$$

Traslazioni. Attività

Completa la scheda per lavorare con le traslazioni.

Daniela Valenti, 2024

Che cosa hai trovato

Quesito 1a

1. Nel piano *Oxy* è dato il triangolo che ha per vertici i punti A(0; 3), B(3; 3), C(1; 1)
Il piano *Oxy* viene trasformato con la traslazione di equazioni:

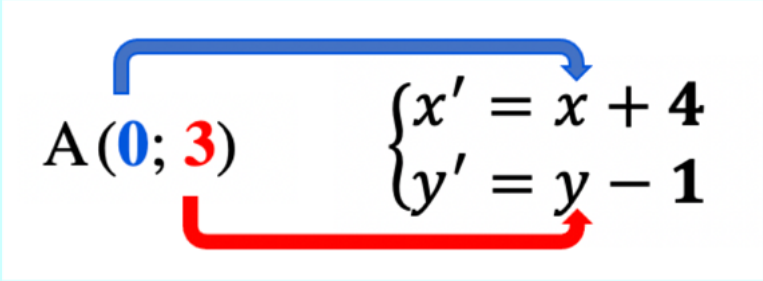
$$\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y - 1 \end{cases}$$

Risolvi i seguenti quesiti:

a. Completa il procedimento per determinare i vertici del triangolo dopo la traslazione.

Il triangolo trasformato ha i vertici con le coordinate seguenti:

$$A' \begin{cases} x' = 0 + 4 = 4 \\ y' = 3 - 1 = 2 \end{cases} \Longrightarrow A'(4, 2)$$



Quesito 1a

1. Nel piano Oxy è dato il triangolo che ha per vertici i punti A(0; 3), B(3; 3), C(1; 1)

Il piano Oxy viene trasformato con la traslazione di equazioni:

$$\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y - 1 \end{cases}$$

Risolvi i seguenti quesiti:

a. Completa il procedimento per determinare i vertici del triangolo dopo la traslazione.

Il triangolo trasformato ha i vertici con le coordinate seguenti:

$$A' \begin{cases} x' = 0 + 4 = 4 \\ y' = 3 - 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow A'(4, 2)$$

$$B' \begin{cases} x' = 3 + 4 = 7 \\ y' = 3 - 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow B'(7, 2)$$

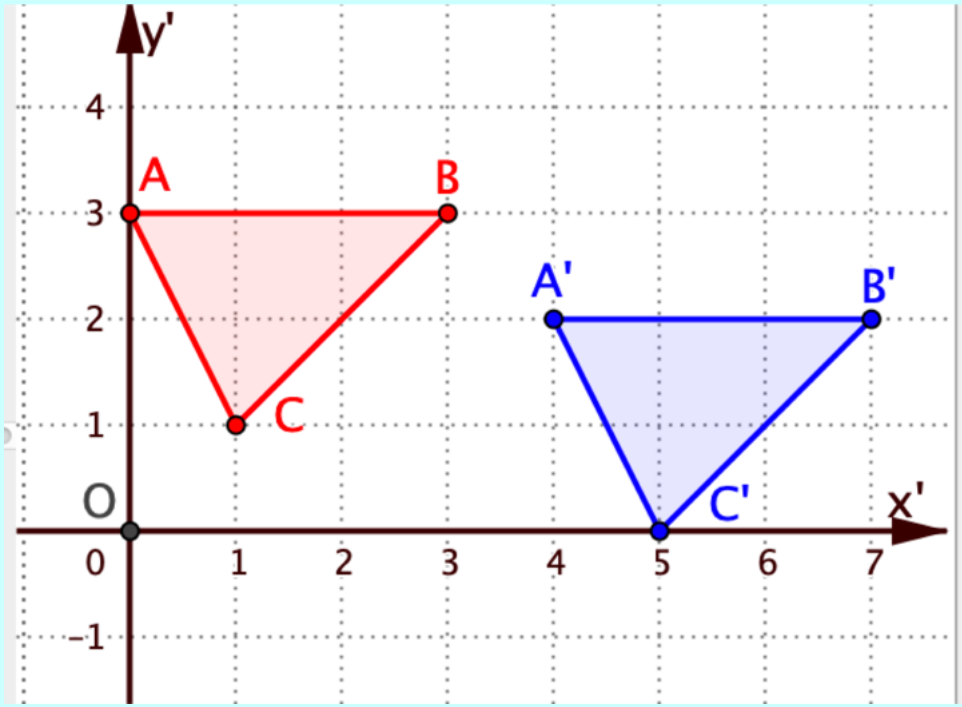
$$C' \begin{cases} x' = 1 + 4 = 5 \\ y' = 1 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow C'(5, 0)$$

Quesito 1b

b. Disegna qui sotto, nel piano fisso $Ox'y'$:

- il triangolo iniziale ABC;
- il triangolo A'B'C' ottenuto dopo la traslazione.

A(0, 3)
B(3, 3)
C(1,1)

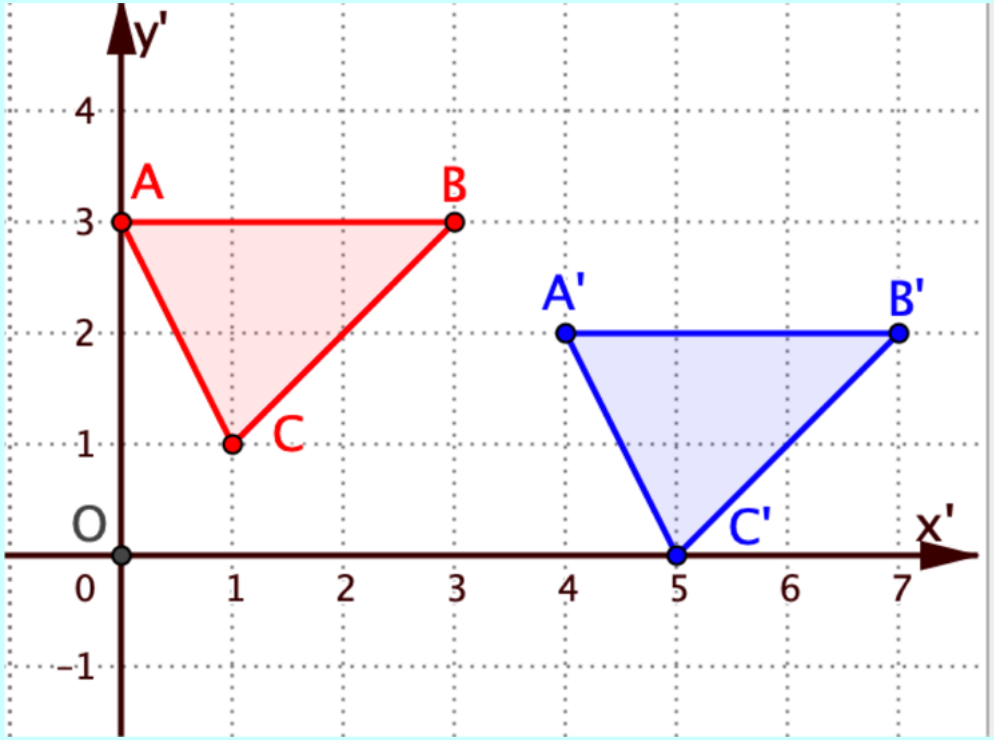


A'(4, 2)
B'(7, 2)
C'(5, 0)

Semplificare i grafici

Per semplificare i grafici, 'dimentico' il piano che trasla e disegno solo il piano fisso con:

- **i punti iniziali dati A, B, C;**
- **i punti ottenuti dopo la traslazione A', B' e C'.**



Quesito 2

2. Nel piano Oxy è dato il punto A (2; 3).
Il piano Oxy viene trasformato con la traslazione di equazioni:

$$\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 4 \end{cases}$$

Quali sono le coordinate di A'? A'(1, 7)

Risposta con procedimento

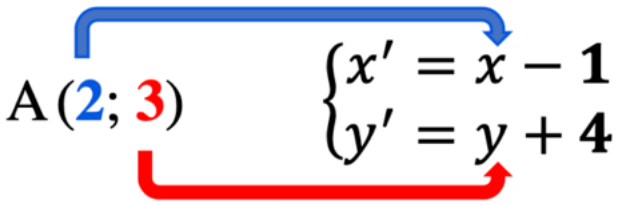
$$A' \begin{cases} x' = 2 - 1 = 1 \\ y' = 3 + 4 = 7 \end{cases} \Rightarrow A'(1, 7)$$

Equazioni di una traslazione

$$\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 4 \end{cases}$$

Dato A(2, 3)

Determinare A'(x', y')



Quesito 3

3. Una traslazione trasforma il punto A $(1, -1)$ in A'$(-2, 4)$. Quali sono le equazioni della traslazione?

$$\begin{cases} x' = x - 3 \\ y' = y + 5 \end{cases}$$

Risposta con procedimento

$$\begin{cases} -2 = 1 + p \Longrightarrow p = -3 \\ 4 = -1 + q \Longrightarrow q = 5 \end{cases}$$

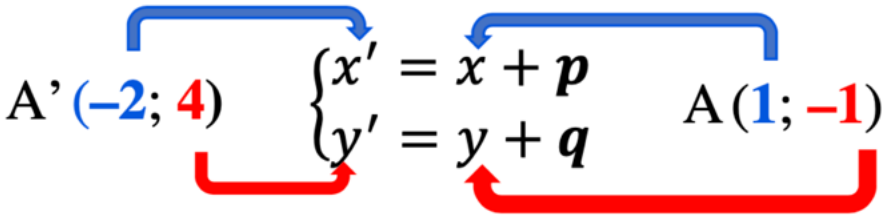
Equazioni di una traslazione

$$\begin{cases} x' = x + p \\ y' = y + q \end{cases}$$

Dati

A$(1, -1)$ e A'$(-2, 4)$

Determinare p e q



Quesito 4

4. La traslazione di equazioni $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 2 \end{cases}$ ha trasformato il punto P nel punto P'$(3, 0)$.

Quali sono le coordinate del punto P? P$(2, -2)$

Risposta con procedimento

$$P \begin{cases} \mathbf{3} = x + \mathbf{1} \Rightarrow x = 3 - 1 = 2 \\ \mathbf{0} = y + \mathbf{2} \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

Equazioni di una traslazione

$$\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 2 \end{cases}$$

Dato P'$(3, 0)$

Determinare P(x, y)

