

Coordinate cartesiane nello spazio. Attività

1. Sono date nella tabella qui sotto le equazioni cartesiane di quattro piani. Scrivi i coefficienti e il vettore normale di ogni piano per completare la tabella e rispondere ai quesiti seguenti:

Piano	$\alpha: x - 3y + 2z - 1 = 0$	$\alpha_1: 3x - y + 2z = 0$	$\alpha_2: 2x - 6y + 4z - 5 = 0$	$\alpha_3: 3x - y - 3z = 0$
Coefficienti	$a = \dots, b = \dots, c = \dots, d = \dots$	$a_1 = \dots, b_1 = \dots, c_1 = \dots, d_1 = \dots$	$a_2 = \dots, b_2 = \dots, c_2 = \dots, d_2 = \dots$	$a_3 = \dots, b_3 = \dots, c_3 = \dots, d_3 = \dots$
Vettore normale				

a. Quali piani sono paralleli?.....

Perché

b. Quali piani sono perpendicolari?.....

Perché

c. Quali piani non sono né perpendicolari né paralleli?.....

Perché

2. Completa il procedimento per risolvere il seguente problema. *Scrivi l'equazione del piano β che passa per $P(-3, 2, 4)$ ed è parallelo al piano α d'equazione $3x - 2y - z + 6 = 0$.*

Nell'equazione del piano α trovo i coefficienti $a = 3, b = \dots, c = \dots$

Nell'equazione del piano β debbo trovare i coefficienti a', b', c' in modo che

$$\frac{a'}{3} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = k \quad \text{da cui } a' = 3k, b' = \dots, c' = \dots$$

L'equazione di β sarà del tipo: $3kx - \dots y - \dots z + d' = 0$

Divido i due membri per k e ottengo $3x - \dots y - \dots z + \frac{d'}{k} = 0$

Ma il piano deve passare per P e quindi deve essere $\dots + \frac{d'}{k} = 0$,

da cui ricavo $\frac{d'}{k} = \dots$

Il piano β ha quindi equazione

3. Completa il procedimento per risolvere il seguente problema. *Scrivi l'equazione del piano β che passa per $O(0, 0, 0)$, per $P(2, -4, 3)$ ed è perpendicolare al piano α d'equazione $x - 2y - z - 1 = 0$*

Nell'equazione del piano α trovo i coefficienti $a = 1, b = \dots, c = \dots, d = \dots$

Nell'equazione del piano β debbo trovare i coefficienti a', b', c', d' in modo che:

- il piano β passi per $O(0, 0, 0)$, perciò risulti $a' \cdot 0 + \dots + \dots + d' = 0$, da cui $\dots = 0$ (*)
- il piano β passi per $P(2, -4, 3)$, perciò risulti $a' \cdot 2 + \dots + \dots + d' = 0$, da cui $\dots = 0$ (**)
- il piano β sia perpendicolare ad α e perciò risulti $a' \cdot 1 + \dots + \dots = 0$, da cui $\dots = 0$ (***)

Le tre condizioni debbono valere contemporaneamente, perciò risolvo il sistema formato dalle tre equazioni ottenute e ottengo

$$\begin{cases} \dots = 0 \\ \dots = 0 \\ \dots = 0 \end{cases} \quad \text{da cui}$$

Il piano β ha quindi equazione

4. Scrivi l'equazione della sfera di centro $C(-4, 1, 3)$ e raggio $r = 5$

La sfera passa per $O(0, 0, 0)$? ☒ Si ☐ No

Perché.....